

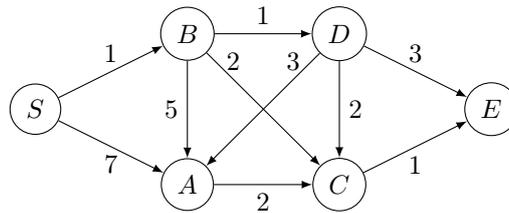
TD 10 : Plus courts chemins, diamètre

Théorie des graphes S1.

2022

Exercice 1 — *Algorithme de Dijkstra*

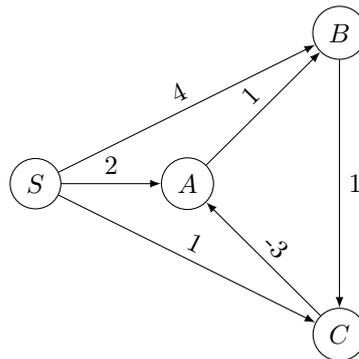
Soit G le graphe suivant :



1. Dessinez un arbre des plus courts chemins de S vers les autres nœuds.
2. Dans quel ordre l'algorithme de Dijkstra énumérerait les nœuds du graphe ?
3. Appliquez l'algorithme pour calculer les poids des plus courts chemins de S vers les autres nœuds.
4. Comment modifier l'algorithme pour reconstruire les plus court chemins ?

Exercice 2 — *Algorithme de Ford-Bellman*

1. Soit G un graphe avec les arcs pondérés et s un nœud de ce graphe. Soit $d^k(u)$ le poids d'un plus court chemin de s vers u utilisant au plus k arcs. Montrer qu'il existe u tel que $d^{n-1}(u) > d^n(u)$ si et seulement s'il existe circuit absorbant dans le graphe.
2. Appliquer l'algorithme de Ford-Bellman au graphe suivant :

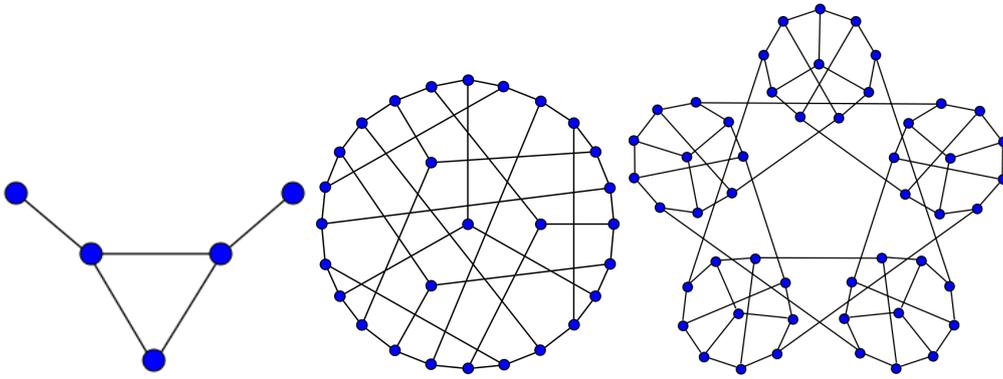


Exercice 3 — *Recharger les batteries*

Un petit robot se déplace sur une grille. Lorsqu'il arrive sur une case, il peut aller tout droit, à droite ou à gauche mais ne peut pas revenir en arrière. Il ne peut pas tomber du plateau. S'il ne se déplace pas il consomme de l'énergie : 1 joule par seconde. S'il se déplace d'une case à une autre, il consomme 2 joules d'énergie. Il peut également recevoir 3 joules par le biais de chargeur sans fil à induction. On sait à l'avance où sont placés les chargeurs. Le robot part d'une extrémité de la grille avec une batterie à moitié pleine mais suffisante pour se déplacer au moins une fois sur chaque case du plateau. On veut déterminer si le robot peut complètement recharger sa batterie.

Modéliser ce problème par un problème de graphe.

Exercice 4 — *Quelques diamètres* Quel est le diamètre des graphes suivants ?



(Source : wikipedia, par Koko90)

Exercice 5 — *Diamètre d'un arbre* ...