**Entraînement - Training****INSTRUCTION** : *English version below*

*En haut de chaque page se trouvent 3 nombres, par exemple +1/3/58+. Vous **devez** vérifier que, sur chacune des pages de votre sujet, le **premier** de ces 3 nombres est le même (dans cet exemple, il s'agit donc du 1). Ce nombre identifie votre copie. Les deux autres nombres ne sont pas importants.*

*Détacher la dernière feuille et répondre dessus. Ne pas rendre les pages contenant les questions, vous ne devez rendre **que la dernière feuille**. Chaque question est sur 1 point, aucun point ne sera attribué aux questions contenant une mauvaise réponse.*

*Les questions faisant apparaître le symbole ♣ peuvent présenter une ou plusieurs bonnes réponses qui doivent toutes être cochées. Les autres ont une unique bonne réponse.*

*At the top of each page are written 3 numbers, +1/3/58+. You **must** check that, on each page you have, the **first** number is the same (in this case, it would be the number 1). This number is the id of your subject. The two other numbers are not important.*

*Answer only on the last page. Keep the other pages containing the questions, you just have to return **the last page**. Each right answer gives you 1 point. For any wrong answer, the mark of the question is 0.*

*If there is a question with a symbol ♣, there may be one or more right answer. All of them must be checked. Any other question has only one right answer.*

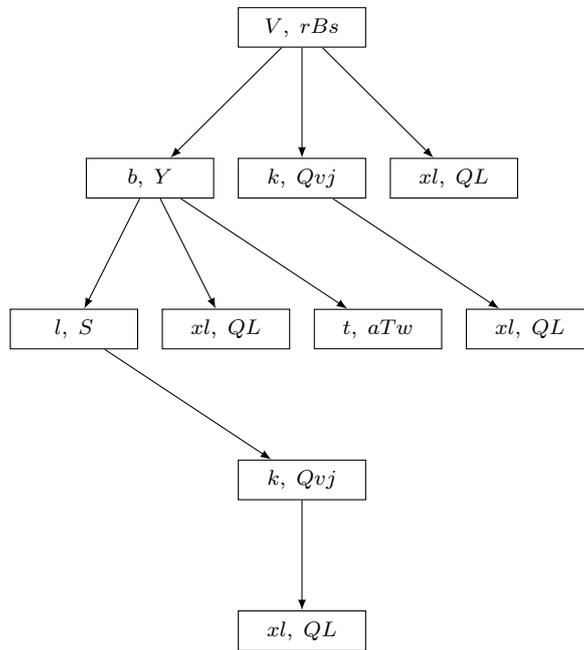


### Question 1

On dispose d'une fonction  $f$  avec 2 arguments, 2 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(V, rBs)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



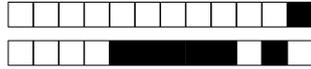
1 9  
 2 2

3 3  
 4 4

5 7  
 6 10

7 6  
 8 8

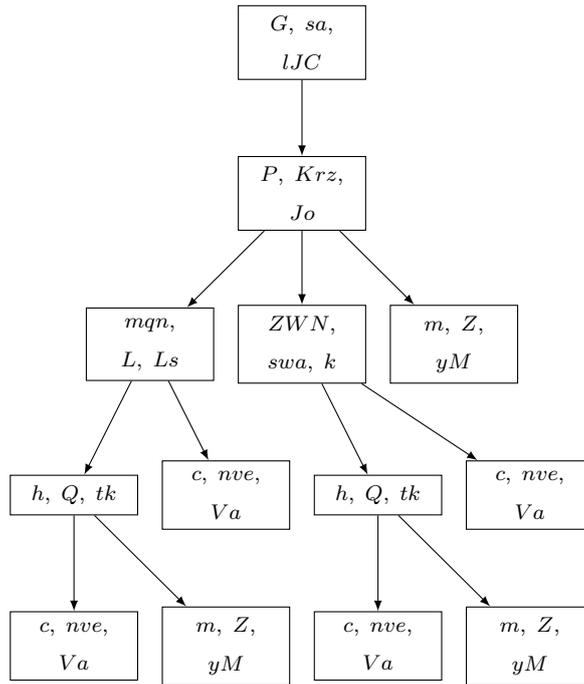
9 5  
 10 1



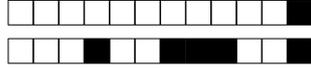
**Question 2**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 3 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(G, sa, lJC)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[G, sa, lJC], T[P, Krz, Jo], T[ZWN, swa, k], T[h, Q, tk]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>1] T[ZWN,swa,k]<br/>T[P,Krz,Jo]<br/>T[G,sa,lJC]<br/>T[h,Q,tk]</p> <p>2] T[P,Krz,Jo]<br/>T[ZWN,swa,k]<br/>T[h,Q,tk]<br/>T[G,sa,lJC]</p> <p>3] T[h,Q,tk]<br/>T[ZWN,swa,k]<br/>T[P,Krz,Jo]<br/>T[G,sa,lJC]</p> | <p>4] T[P,Krz,Jo]<br/>T[h,Q,tk]<br/>T[ZWN,swa,k]<br/>T[G,sa,lJC]</p> <p>5] T[h,Q,tk]<br/>T[P,Krz,Jo]<br/>T[ZWN,swa,k]<br/>T[G,sa,lJC]</p> <p>6] T[P,Krz,Jo]<br/>T[G,sa,lJC]<br/>T[h,Q,tk]<br/>T[ZWN,swa,k]</p> | <p>7] T[G,sa,lJC]<br/>T[ZWN,swa,k]<br/>T[P,Krz,Jo]<br/>T[h,Q,tk]</p> <p>8] T[G,sa,lJC]<br/>T[P,Krz,Jo]<br/>T[h,Q,tk]<br/>T[ZWN,swa,k]</p> <p>9] T[h,Q,tk]<br/>T[ZWN,swa,k]<br/>T[G,sa,lJC]<br/>T[P,Krz,Jo]</p> |
|--|--|--|

**Question 3**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $F, C, F$  et  $C$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est réursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in F \times C \times F \times C$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|C|^2 \cdot |F|)$  appels réursifs ; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(1)$ .

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoisation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

1  $O(|C|^3 \cdot |F|^6)$

2  $O(|C|^8 \cdot |F|)$

3  $O(|C|^6 \cdot |F|^2)$

4  $O(|C|^4 \cdot |F|^2)$

5  $O(|C|^5 \cdot |F|^4)$

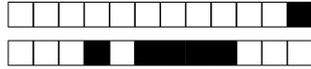
6  $O(|C|^7 \cdot |F|^5)$

7  $O(|C|^2)$

8  $O(|C|^4 \cdot |F|^3)$

9  $O(|C|^5 \cdot |F|^6)$

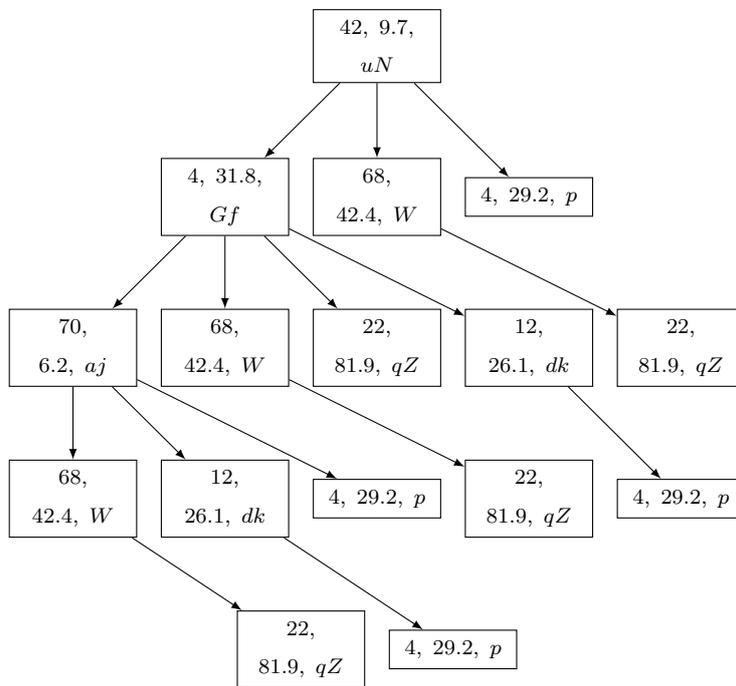
10  $O(|F|)$



**Question 4**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 1 argument de type Entier, 1 argument de type Réel, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(42, 9.7, uN)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche. On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



1 6  
 2 14

3 8  
 4 3

5 11  
 6 12

7 5  
 8 2

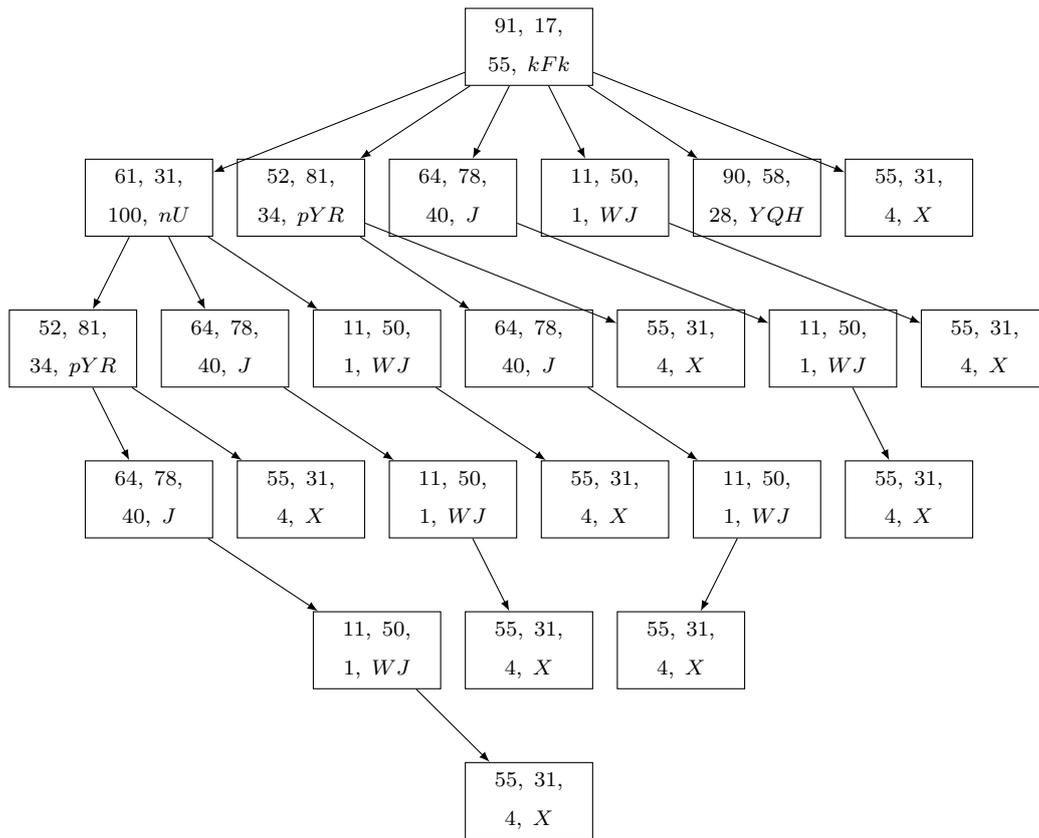
9 15  
 10 13



**Question 5**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 3 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(91, 17, 55, kFk)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[52, 81, 34, pYR]$ ,  $T[55, 31, 4, X]$ ,  $T[90, 58, 28, YQH]$ ,  $T[91, 17, 55, kFk]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?

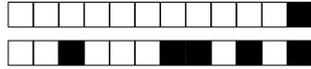


- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>1] T[55,31,4,X]<br/>T[90,58,28,YQH]<br/>T[91,17,55,kFk]<br/>T[52,81,34,pYR]</p> <p>2] T[55,31,4,X]<br/>T[91,17,55,kFk]<br/>T[90,58,28,YQH]<br/>T[52,81,34,pYR]</p> <p>3] T[55,31,4,X]<br/>T[91,17,55,kFk]<br/>T[52,81,34,pYR]<br/>T[90,58,28,YQH]</p> | <p>4] T[52,81,34,pYR]<br/>T[55,31,4,X]<br/>T[90,58,28,YQH]<br/>T[91,17,55,kFk]</p> <p>5] T[55,31,4,X]<br/>T[90,58,28,YQH]<br/>T[52,81,34,pYR]<br/>T[91,17,55,kFk]</p> <p>6] T[91,17,55,kFk]<br/>T[90,58,28,YQH]<br/>T[55,31,4,X]<br/>T[52,81,34,pYR]</p> | <p>7] T[55,31,4,X]<br/>T[52,81,34,pYR]<br/>T[91,17,55,kFk]<br/>T[90,58,28,YQH]</p> <p>8] T[90,58,28,YQH]<br/>T[52,81,34,pYR]<br/>T[55,31,4,X]<br/>T[91,17,55,kFk]</p> <p>9] T[91,17,55,kFk]<br/>T[90,58,28,YQH]<br/>T[52,81,34,pYR]<br/>T[55,31,4,X]</p> |
|--|--|--|

**Question 6**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $E$ ,  $D$ ,  $A$  et  $E$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est récursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in E \times D \times A \times E$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A|^2 \cdot |D|^3 \cdot |E|)$  appels récursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|D| \cdot |E|)$ . On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

- |                            |                                    |                            |                                    |                             |                                    |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $O( A  \cdot  D  \cdot  E ^6)$     | <input type="checkbox"/> 5 | $O( D ^6 \cdot  E ^2)$             | <input type="checkbox"/> 9  | $O( A ^5 \cdot  D ^6)$             |
| <input type="checkbox"/> 2 | $O( A ^6 \cdot  D ^3 \cdot  E ^2)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $O( D  \cdot  E ^6)$               | <input type="checkbox"/> 10 | $O( A ^6 \cdot  D ^6 \cdot  E ^5)$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $O( A ^2 \cdot  D ^3 \cdot  E ^4)$ | <input type="checkbox"/> 7 | $O( A ^4 \cdot  D ^3 \cdot  E ^2)$ |                             |                                    |
| <input type="checkbox"/> 4 | $O( A ^3 \cdot  D ^4 \cdot  E ^3)$ | <input type="checkbox"/> 8 | $O( D ^7 \cdot  E ^4)$             |                             |                                    |

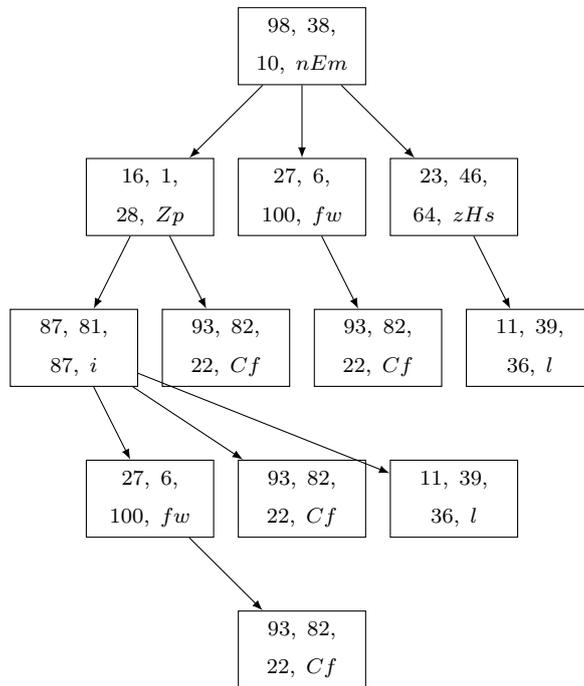


**Question 7**

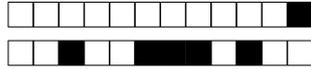
On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 3 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(98, 38, 10, nEm)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



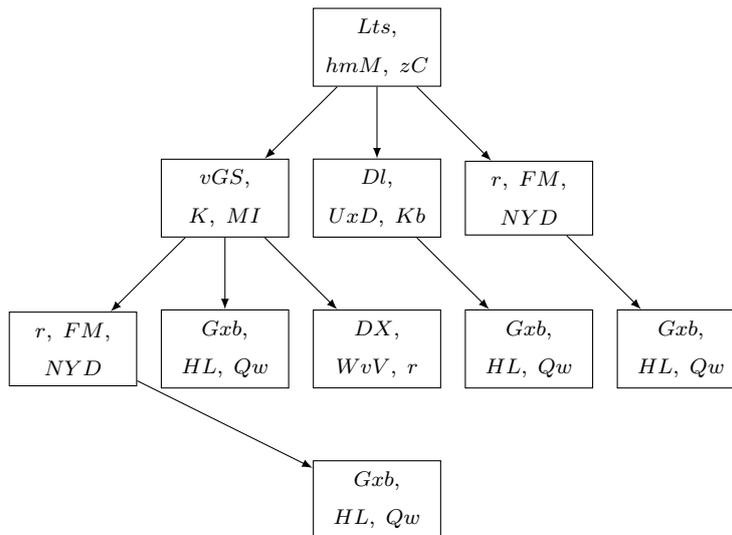
- |                            |   |                            |    |                            |   |                            |    |                             |   |
|----------------------------|---|----------------------------|----|----------------------------|---|----------------------------|----|-----------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1 | 6 | <input type="checkbox"/> 3 | 5  | <input type="checkbox"/> 5 | 8 | <input type="checkbox"/> 7 | 12 | <input type="checkbox"/> 9  | 7 |
| <input type="checkbox"/> 2 | 2 | <input type="checkbox"/> 4 | 11 | <input type="checkbox"/> 6 | 9 | <input type="checkbox"/> 8 | 1  | <input type="checkbox"/> 10 | 3 |



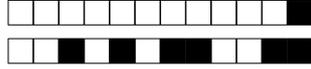
**Question 8**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 3 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(Lts, hmM, zC)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[DX, WvV, r], T[Gxb, HL, Qw], T[Lts, hmM, zC], T[r, FM, NYD], T[vGS, K, MI]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



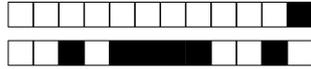
- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>1] T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[DX,WvV,r]<br/>T[r,FM,NYD]<br/>T[Lts,hmM,zC]<br/>T[vGS,K,MI]</p> | <p>4] T[r,FM,NYD]<br/>T[DX,WvV,r]<br/>T[Lts,hmM,zC]<br/>T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[vGS,K,MI]</p> | <p>7] T[DX,WvV,r]<br/>T[r,FM,NYD]<br/>T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[Lts,hmM,zC]</p> |
| <p>2] T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[Lts,hmM,zC]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[DX,WvV,r]<br/>T[r,FM,NYD]</p> | <p>5] T[DX,WvV,r]<br/>T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[r,FM,NYD]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[Lts,hmM,zC]</p> | <p>8] T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[Lts,hmM,zC]<br/>T[DX,WvV,r]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[r,FM,NYD]</p> |
| <p>3] T[Lts,hmM,zC]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[r,FM,NYD]<br/>T[DX,WvV,r]</p> | <p>6] T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[DX,WvV,r]<br/>T[Lts,hmM,zC]<br/>T[r,FM,NYD]</p> | <p>9] T[Lts,hmM,zC]<br/>T[vGS,K,MI]<br/>T[Gxb,HL,Qw]<br/>T[DX,WvV,r]<br/>T[r,FM,NYD]</p> |



**Question 9**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $C$ ,  $A$  et  $E$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est réursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in C \times A \times E$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A|^3 \cdot |C|^3)$  appels récursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|A|^3 \cdot |E|^2)$ . On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

- |                            |                                    |                            |                                    |                             |                                    |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $O( A ^3 \cdot  C ^4 \cdot  E ^6)$ | <input type="checkbox"/> 5 | $O( A ^4 \cdot  C ^4 \cdot  E ^3)$ | <input type="checkbox"/> 9  | $O( A ^6 \cdot  C ^2 \cdot  E ^4)$ |
| <input type="checkbox"/> 2 | $O( A ^5 \cdot  C ^2)$             | <input type="checkbox"/> 6 | $O( A ^4 \cdot  C ^7 \cdot  E ^2)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $O( A ^5 \cdot  C ^8 \cdot  E ^6)$ |
| <input type="checkbox"/> 3 | $O( A ^2 \cdot  C ^7 \cdot  E ^2)$ | <input type="checkbox"/> 7 | $O( A ^5 \cdot  C ^5 \cdot  E ^6)$ |                             |                                    |
| <input type="checkbox"/> 4 | $O( A ^3 \cdot  C ^3)$             | <input type="checkbox"/> 8 | $O( A ^6 \cdot  C ^5 \cdot  E ^4)$ |                             |                                    |

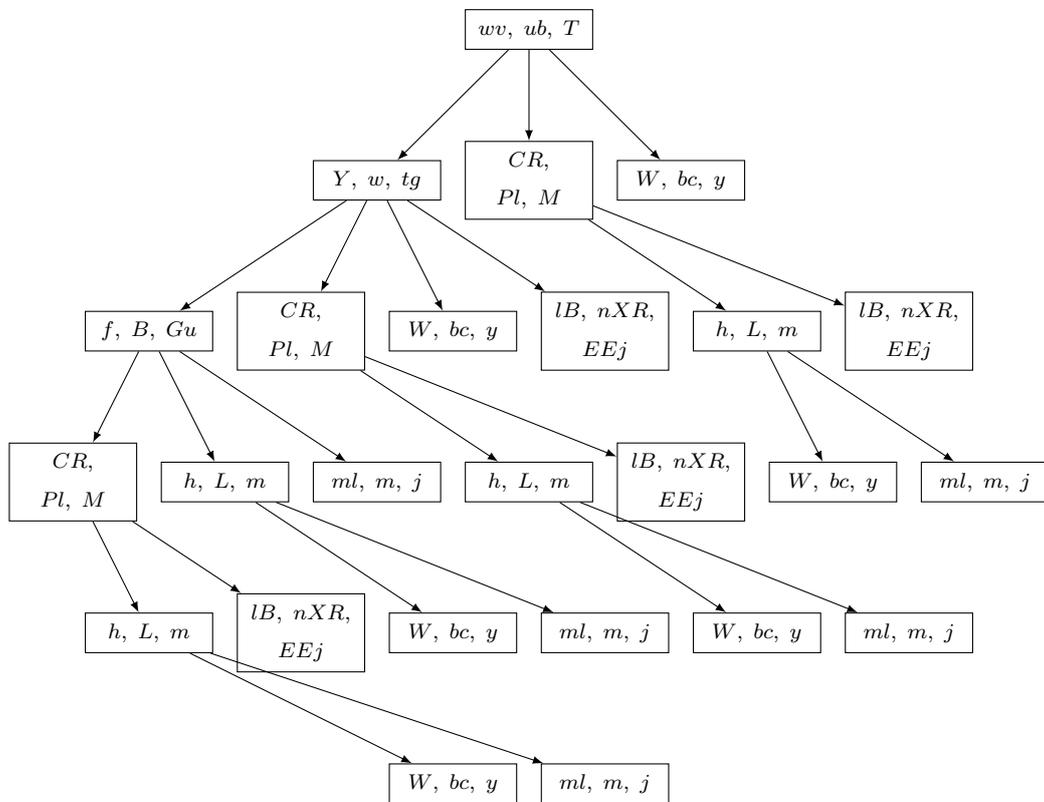


**Question 10**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 3 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(wv, ub, T)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



- 1 7
- 2 8

- 3 11
- 4 4

- 5 13
- 6 2

- 7 5
- 8 3

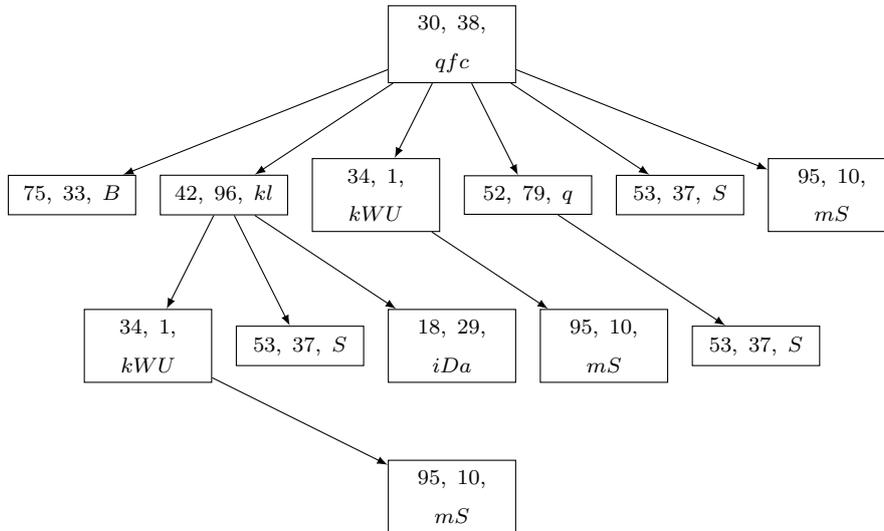
- 9 10
- 10 14



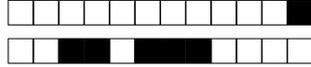
**Question 11**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 2 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(30, 38, qfc)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[18, 29, iDa]$ ,  $T[30, 38, qfc]$ ,  $T[42, 96, kl]$ ,  $T[75, 33, B]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- |   |   |   |
|---|---|---|
| <p>1 T[42,96,kl]<br/>T[75,33,B]<br/>T[30,38,qfc]<br/>T[18,29,iDa]</p> <p>2 T[30,38,qfc]<br/>T[18,29,iDa]<br/>T[42,96,kl]<br/>T[75,33,B]</p> <p>3 T[42,96,kl]<br/>T[18,29,iDa]<br/>T[30,38,qfc]<br/>T[75,33,B]</p> | <p>4 T[75,33,B]<br/>T[30,38,qfc]<br/>T[18,29,iDa]<br/>T[42,96,kl]</p> <p>5 T[18,29,iDa]<br/>T[42,96,kl]<br/>T[75,33,B]<br/>T[30,38,qfc]</p> <p>6 T[75,33,B]<br/>T[30,38,qfc]<br/>T[42,96,kl]<br/>T[18,29,iDa]</p> | <p>7 T[42,96,kl]<br/>T[75,33,B]<br/>T[18,29,iDa]<br/>T[30,38,qfc]</p> <p>8 T[18,29,iDa]<br/>T[30,38,qfc]<br/>T[42,96,kl]<br/>T[75,33,B]</p> <p>9 T[42,96,kl]<br/>T[18,29,iDa]<br/>T[75,33,B]<br/>T[30,38,qfc]</p> |
|---|---|---|



**Question 12**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 2 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $E$  et  $A$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est réursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in E \times A$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A|^3 \cdot |E|^2)$  appels réursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|E|^3)$ .

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoisation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

1  $O(|A|^4 \cdot |E|^4)$

5  $O(|A|^3 \cdot |E|^7)$

9  $O(|A|^7 \cdot |E|^7)$

2  $O(|A|^5 \cdot |E|^4)$

6  $O(|A| \cdot |E|^7)$

10  $O(|A| \cdot |E|^5)$

3  $O(|A|^7 \cdot |E|^4)$

7  $O(|A|^2)$

4  $O(|A|^7 \cdot |E|^6)$

8  $O(|A|^6 \cdot |E|^2)$

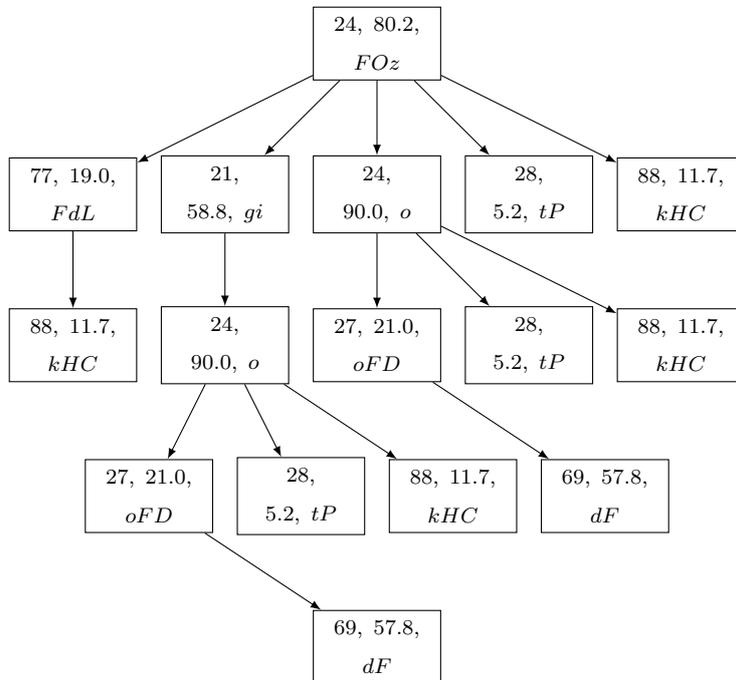


**Question 13**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 1 argument de type Entier, 1 argument de type Réel, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(24, 80.2, FOz)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



- 1 7
- 2 2

- 3 9
- 4 14

- 5 8
- 6 13

- 7 10
- 8 11

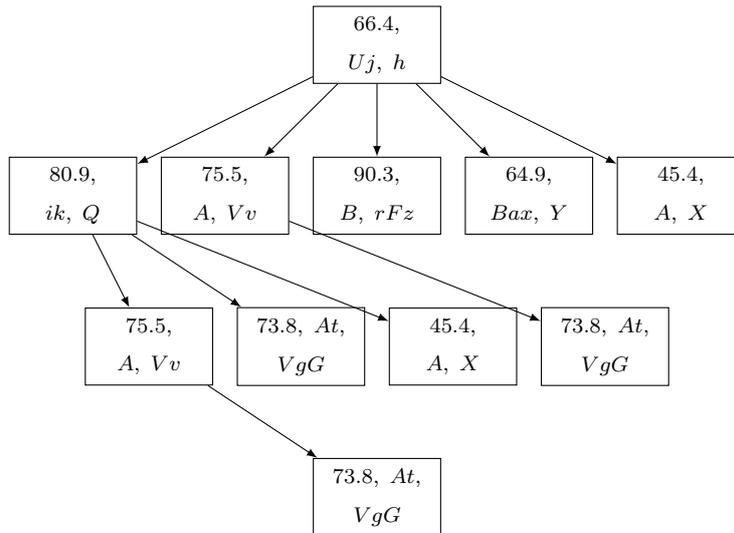
- 9 15
- 10 5



**Question 14**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 1 argument de type Réel, 2 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(66.4, Uj, h)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[45.4, A, X]$ ,  $T[64.9, Bax, Y]$ ,  $T[75.5, A, Vv]$ ,  $T[80.9, ik, Q]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- 1 T[45.4,A,X]  
T[80.9,ik,Q]  
T[75.5,A,Vv]  
T[64.9,Bax,Y]
- 2 T[80.9,ik,Q]  
T[75.5,A,Vv]  
T[64.9,Bax,Y]  
T[45.4,A,X]
- 3 T[45.4,A,X]  
T[64.9,Bax,Y]  
T[75.5,A,Vv]  
T[80.9,ik,Q]

- 4 T[75.5,A,Vv]  
T[80.9,ik,Q]  
T[64.9,Bax,Y]  
T[45.4,A,X]
- 5 T[45.4,A,X]  
T[64.9,Bax,Y]  
T[80.9,ik,Q]  
T[75.5,A,Vv]
- 6 T[80.9,ik,Q]  
T[75.5,A,Vv]  
T[45.4,A,X]  
T[64.9,Bax,Y]

- 7 T[64.9,Bax,Y]  
T[80.9,ik,Q]  
T[45.4,A,X]  
T[75.5,A,Vv]
- 8 T[80.9,ik,Q]  
T[64.9,Bax,Y]  
T[75.5,A,Vv]  
T[45.4,A,X]
- 9 T[80.9,ik,Q]  
T[45.4,A,X]  
T[64.9,Bax,Y]  
T[75.5,A,Vv]



**Question 15**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 2 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $D$  et  $C$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est récursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in D \times C$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|C|^2)$  appels récursifs ; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|C|^3 \cdot |D|)$ .

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

1  $O(|C|^4)$

2  $O(|C|^5 \cdot |D|)$

3  $O(|C|^7 \cdot |D|^2)$

4  $O(|C|^2 \cdot |D|^3)$

5  $O(|C|^2 \cdot |D|^4)$

6  $O(|C|^7 \cdot |D|^4)$

7  $O(|C|^3 \cdot |D|)$

8  $O(|C|^4 \cdot |D|^2)$

9  $O(|C|^3 \cdot |D|^4)$

10  $O(|C|^6)$

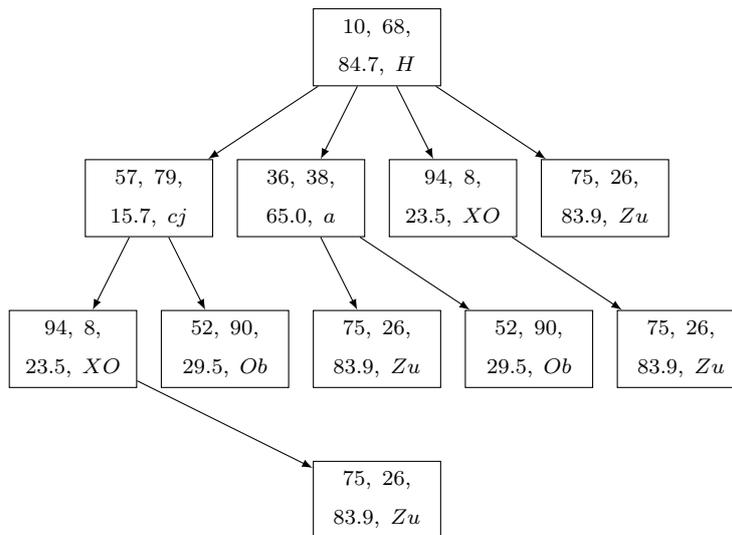




**Question 17**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 2 arguments de type Entier, 1 argument de type Réel, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(10, 68, 84.7, H)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[10, 68, 84.7, H]$ ,  $T[36, 38, 65.0, a]$ ,  $T[52, 90, 29.5, Ob]$ ,  $T[57, 79, 15.7, cj]$ ,  $T[94, 8, 23.5, XO]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>1 T[10,68,84.7,H]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[52,90,29.5,Ob]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[57,79,15.7,cj]</p> | <p>4 T[52,90,29.5,Ob]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[57,79,15.7,cj]<br/>T[10,68,84.7,H]</p> | <p>7 T[36,38,65.0,a]<br/>T[52,90,29.5,Ob]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[10,68,84.7,H]<br/>T[57,79,15.7,cj]</p> |
| <p>2 T[94,8,23.5,XO]<br/>T[10,68,84.7,H]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[52,90,29.5,Ob]<br/>T[57,79,15.7,cj]</p> | <p>5 T[57,79,15.7,cj]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[10,68,84.7,H]<br/>T[52,90,29.5,Ob]</p> | <p>8 T[57,79,15.7,cj]<br/>T[10,68,84.7,H]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[52,90,29.5,Ob]</p> |
| <p>3 T[10,68,84.7,H]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[57,79,15.7,cj]<br/>T[52,90,29.5,Ob]</p> | <p>6 T[57,79,15.7,cj]<br/>T[94,8,23.5,XO]<br/>T[52,90,29.5,Ob]<br/>T[10,68,84.7,H]<br/>T[36,38,65.0,a]</p> | <p>9 T[57,79,15.7,cj]<br/>T[10,68,84.7,H]<br/>T[36,38,65.0,a]<br/>T[52,90,29.5,Ob]<br/>T[94,8,23.5,XO]</p> |



**Question 18**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $C$ ,  $A$  et  $E$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est réursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in C \times A \times E$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A|^3 \cdot |C|^2)$  appels réursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|A| \cdot |C|^3 \cdot |E|^2)$ . On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoisation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

- |                            |                                    |                            |                                    |                             |                                  |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $O( A ^5 \cdot  E ^2)$             | <input type="checkbox"/> 5 | $O( A ^8 \cdot  E ^6)$             | <input type="checkbox"/> 9  | $O( A ^5 \cdot  C  \cdot  E ^4)$ |
| <input type="checkbox"/> 2 | $O( A ^4 \cdot  C ^4 \cdot  E ^3)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $O( A ^2 \cdot  C ^6 \cdot  E ^6)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $O( C ^5 \cdot  E ^4)$           |
| <input type="checkbox"/> 3 | $O( A ^8 \cdot  E ^3)$             | <input type="checkbox"/> 7 | $O( A ^5 \cdot  C ^8)$             |                             |                                  |
| <input type="checkbox"/> 4 | $O( A ^7 \cdot  C ^8 \cdot  E ^6)$ | <input type="checkbox"/> 8 | $O( A ^2 \cdot  C  \cdot  E ^6)$   |                             |                                  |

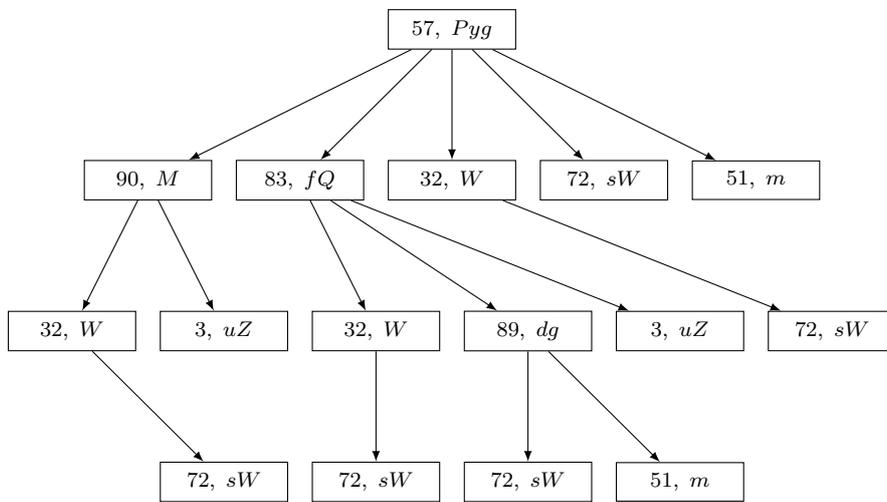


**Question 19**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 2 arguments, 1 argument de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(57, Pyg)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



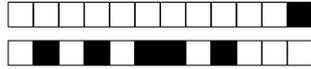
- 1 13
- 2 10

- 3 6
- 4 3

- 5 7
- 6 14

- 7 2
- 8 15

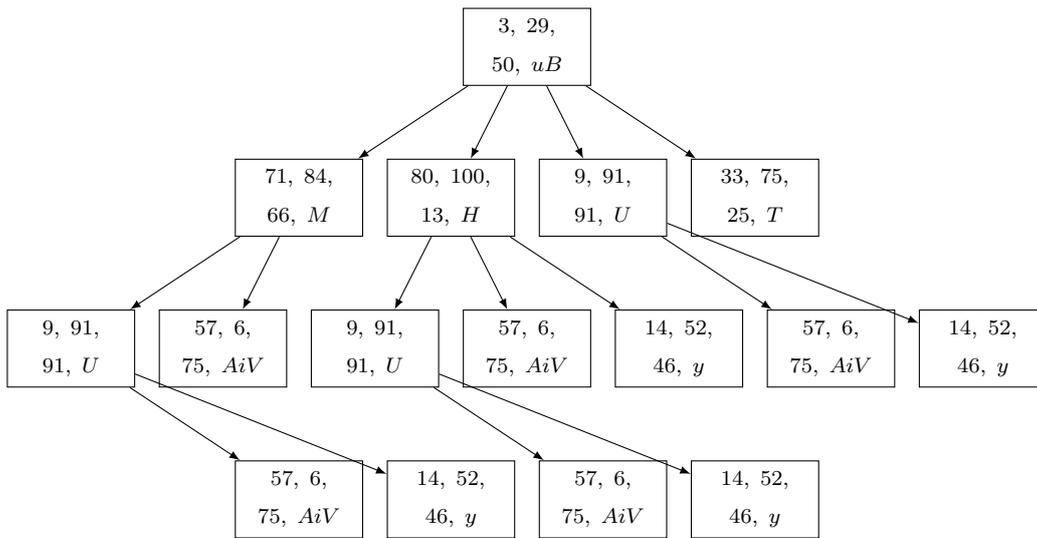
- 9 5
- 10 9



**Question 20**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 3 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(3, 29, 50, uB)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[3, 29, 50, uB]$ ,  $T[57, 6, 75, AiV]$ ,  $T[80, 100, 13, H]$ ,  $T[9, 91, 91, U]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- |   |   |   |
|---|---|---|
| <p>1 T[3,29,50,uB]<br/>T[9,91,91,U]<br/>T[80,100,13,H]<br/>T[57,6,75,AiV]</p> | <p>4 T[80,100,13,H]<br/>T[3,29,50,uB]<br/>T[57,6,75,AiV]<br/>T[9,91,91,U]</p> | <p>7 T[57,6,75,AiV]<br/>T[9,91,91,U]<br/>T[80,100,13,H]<br/>T[3,29,50,uB]</p> |
| <p>2 T[57,6,75,AiV]<br/>T[3,29,50,uB]<br/>T[80,100,13,H]<br/>T[9,91,91,U]</p> | <p>5 T[57,6,75,AiV]<br/>T[9,91,91,U]<br/>T[3,29,50,uB]<br/>T[80,100,13,H]</p> | <p>8 T[3,29,50,uB]<br/>T[57,6,75,AiV]<br/>T[80,100,13,H]<br/>T[9,91,91,U]</p> |
| <p>3 T[3,29,50,uB]<br/>T[9,91,91,U]<br/>T[57,6,75,AiV]<br/>T[80,100,13,H]</p> | <p>6 T[80,100,13,H]<br/>T[9,91,91,U]<br/>T[57,6,75,AiV]<br/>T[3,29,50,uB]</p> | <p>9 T[80,100,13,H]<br/>T[57,6,75,AiV]<br/>T[9,91,91,U]<br/>T[3,29,50,uB]</p> |

**Question 21**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $A$ ,  $C$  et  $C$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est récursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in A \times C \times C$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A|^3)$  appels récursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|A|^2 \cdot |C|^3)$ . On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

1  $O(|A|^8 \cdot |C|^4)$

2  $O(|A|^5 \cdot |C|^7)$

3  $O(|A|^3 \cdot |C|^3)$

4  $O(|A|)$

5  $O(|A|^2 \cdot |C|^8)$

6  $O(|A|^2 \cdot |C|^4)$

7  $O(|A|^3 \cdot |C|^7)$

8  $O(|A|^4 \cdot |C|^9)$

9  $O(|A|^4 \cdot |C|^5)$

10  $O(|A|^4 \cdot |C|^2)$

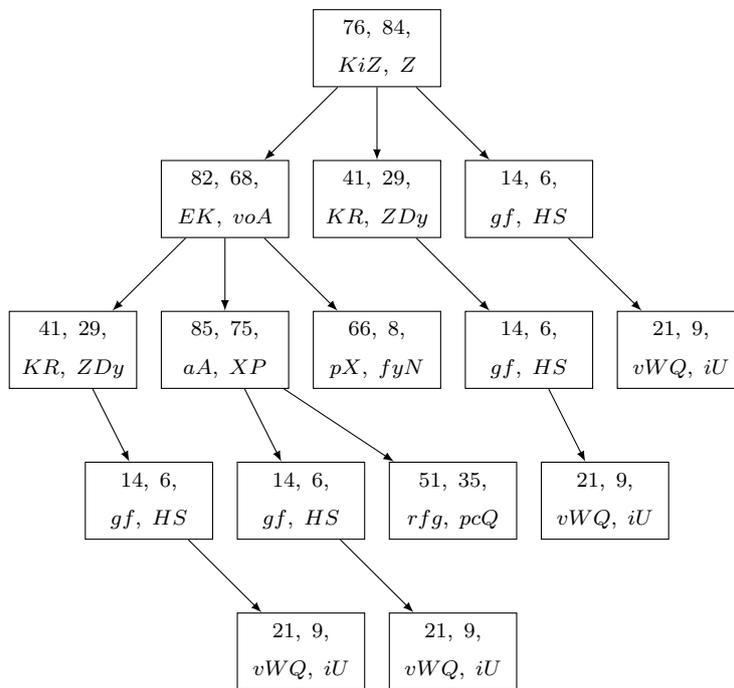


**Question 22**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 2 arguments de type Entier, 2 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(76, 84, KiZ, Z)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



- 1 5
- 2 15

- 3 9
- 4 13

- 5 8
- 6 10

- 7 1
- 8 6

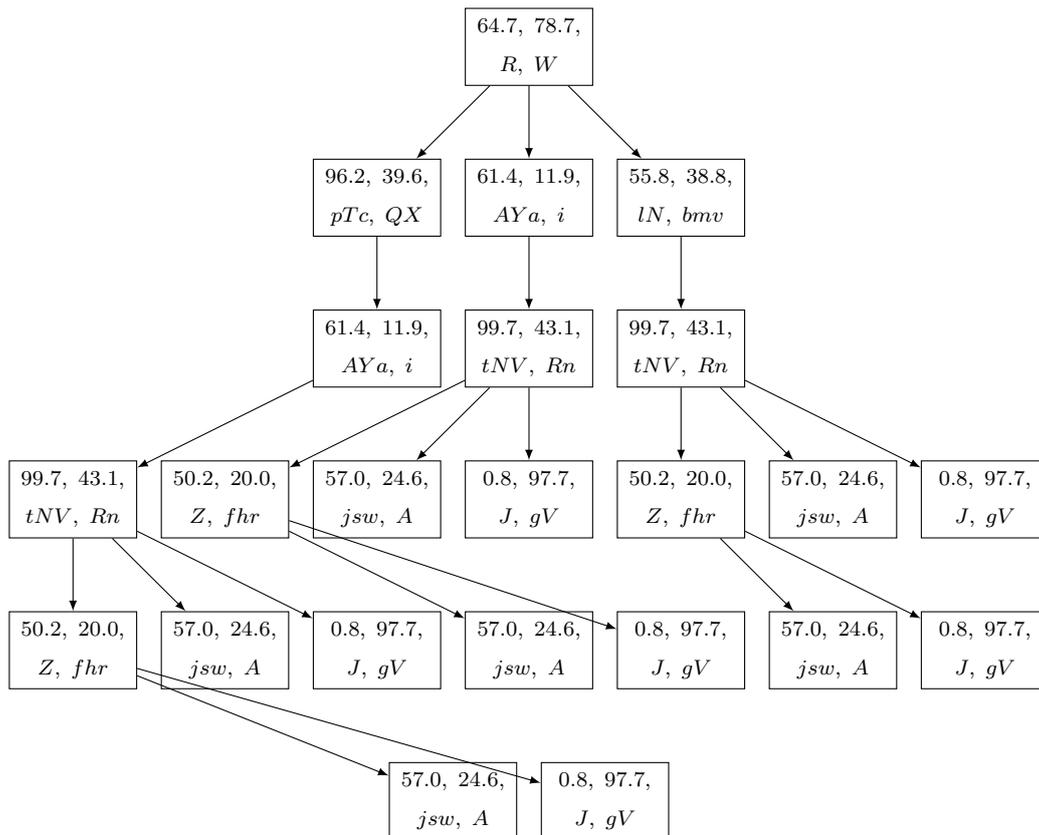
- 9 7
- 10 12



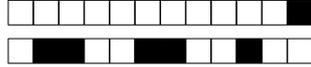
**Question 23**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 2 arguments de type Réel, 2 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(64.7, 78.7, R, W)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[55.8, 38.8, lN, bmv]$ ,  $T[57.0, 24.6, jsw, A]$ ,  $T[64.7, 78.7, R, W]$ ,  $T[99.7, 43.1, tNV, Rn]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



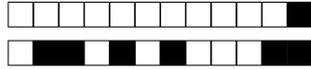
- |  |  |  |
|--|--|--|
| <p>1] <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math></p> | <p>4] <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math></p> | <p>7] <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math><br/> <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math></p> |
| <p>2] <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math></p> | <p>5] <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math></p> | <p>8] <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math></p> |
| <p>3] <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math><br/> <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math></p> | <p>6] <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math></p> | <p>9] <math>T[99.7, 43.1, tNV, Rn]</math><br/> <math>T[57.0, 24.6, jsw, A]</math><br/> <math>T[55.8, 38.8, lN, bmv]</math><br/> <math>T[64.7, 78.7, R, W]</math></p> |



**Question 24**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $A$ ,  $F$  et  $D$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est réursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in A \times F \times D$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A|^2 \cdot |D|^3)$  appels réursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|A| \cdot |D|^3 \cdot |F|^2)$ . On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoisation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

- |                            |                                    |                            |                                    |                             |                                    |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $O( D ^3 \cdot  F )$               | <input type="checkbox"/> 5 | $O( A  \cdot  D ^7 \cdot  F ^5)$   | <input type="checkbox"/> 9  | $O( A ^3 \cdot  D ^8 \cdot  F ^5)$ |
| <input type="checkbox"/> 2 | $O( A ^2 \cdot  D ^2 \cdot  F ^3)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $O( A ^3 \cdot  D ^5 \cdot  F ^4)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $O( D ^2 \cdot  F ^5)$             |
| <input type="checkbox"/> 3 | $O( A  \cdot  D ^5 \cdot  F ^4)$   | <input type="checkbox"/> 7 | $O( A ^5 \cdot  D ^3 \cdot  F ^5)$ |                             |                                    |
| <input type="checkbox"/> 4 | $O( A ^3 \cdot  D ^3 \cdot  F )$   | <input type="checkbox"/> 8 | $O( A ^3 \cdot  D ^4 \cdot  F ^3)$ |                             |                                    |

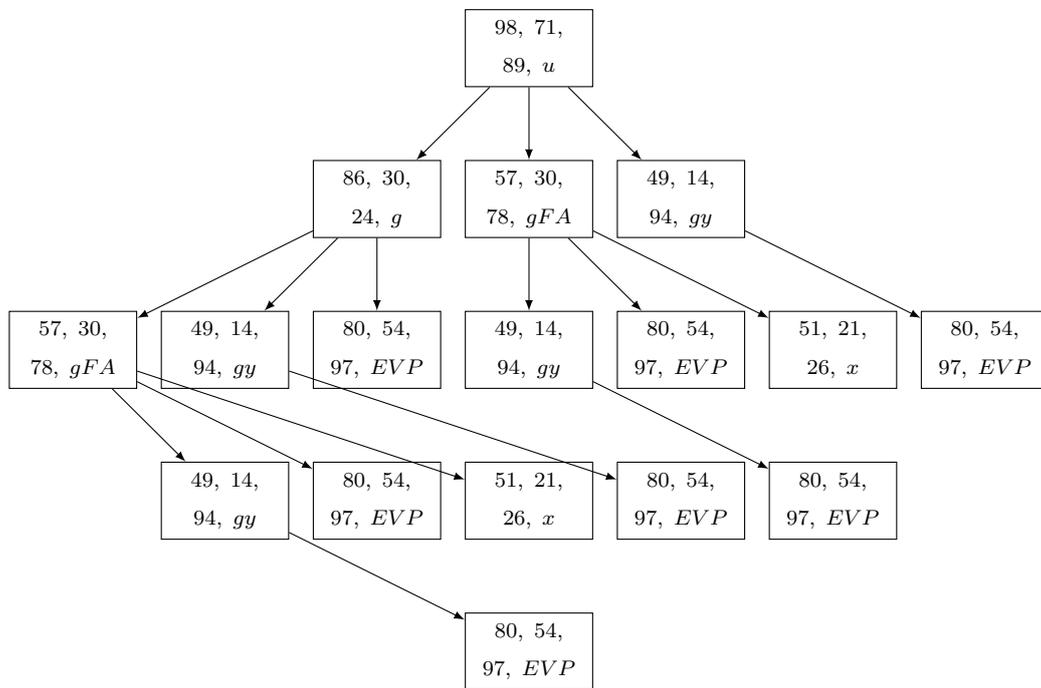


**Question 25**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 3 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est réursive. On a dessiné ci-après tous les appels rékursifs effectués quand on appelle  $f(98, 71, 89, u)$ . Les appels rékursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel rékursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel rékursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels rékursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



1 3  
 2 1

3 4  
 4 6

5 7  
 6 11

7 12  
 8 5

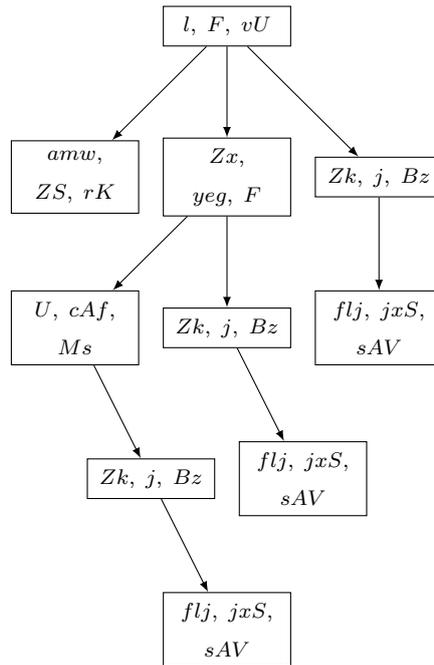
9 13  
 10 8



**Question 26**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 3 arguments de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(l, F, vU)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[U, cAf, Ms]$ ,  $T[Zk, j, Bz]$ ,  $T[amw, ZS, rK]$ ,  $T[flj, jxS, sAV]$ ,  $T[l, F, vU]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- 1]  $T[Zk, j, Bz]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[U, cAf, Ms]$
- 2]  $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[Zk, j, Bz]$   
 $T[flj, jxS, sAV]$
- 3]  $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[Zk, j, Bz]$

- 4]  $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[Zk, j, Bz]$   
 $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[U, cAf, Ms]$
- 5]  $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[Zk, j, Bz]$
- 6]  $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[Zk, j, Bz]$

- 7]  $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[Zk, j, Bz]$   
 $T[l, F, vU]$   
 $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[amw, ZS, rK]$
- 8]  $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[Zk, j, Bz]$   
 $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[l, F, vU]$
- 9]  $T[l, F, vU]$   
 $T[U, cAf, Ms]$   
 $T[flj, jxS, sAV]$   
 $T[amw, ZS, rK]$   
 $T[Zk, j, Bz]$

**Question 27**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $D$ ,  $A$ ,  $B$  et  $D$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est récursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in D \times A \times B \times D$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|A| \cdot |B|^2 \cdot |D|)$  appels récursifs ; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|A|^3 \cdot |B|^2)$ . On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

- |                            |                                    |                            |                                    |                             |                                  |
|----------------------------|------------------------------------|----------------------------|------------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | $O( A ^4 \cdot  B ^4)$             | <input type="checkbox"/> 5 | $O( A ^4 \cdot  B ^3 \cdot  D ^3)$ | <input type="checkbox"/> 9  | $O( A  \cdot  B ^5 \cdot  D ^5)$ |
| <input type="checkbox"/> 2 | $O( A ^6 \cdot  B ^3 \cdot  D ^4)$ | <input type="checkbox"/> 6 | $O( A ^2 \cdot  B ^4 \cdot  D ^5)$ | <input type="checkbox"/> 10 | $O( A  \cdot  B  \cdot  D ^4)$   |
| <input type="checkbox"/> 3 | $O( A ^3 \cdot  B ^6 \cdot  D ^4)$ | <input type="checkbox"/> 7 | $O( A ^3 \cdot  D ^5)$             |                             |                                  |
| <input type="checkbox"/> 4 | $O( A ^4 \cdot  B ^6 \cdot  D )$   | <input type="checkbox"/> 8 | $O( A  \cdot  B )$                 |                             |                                  |

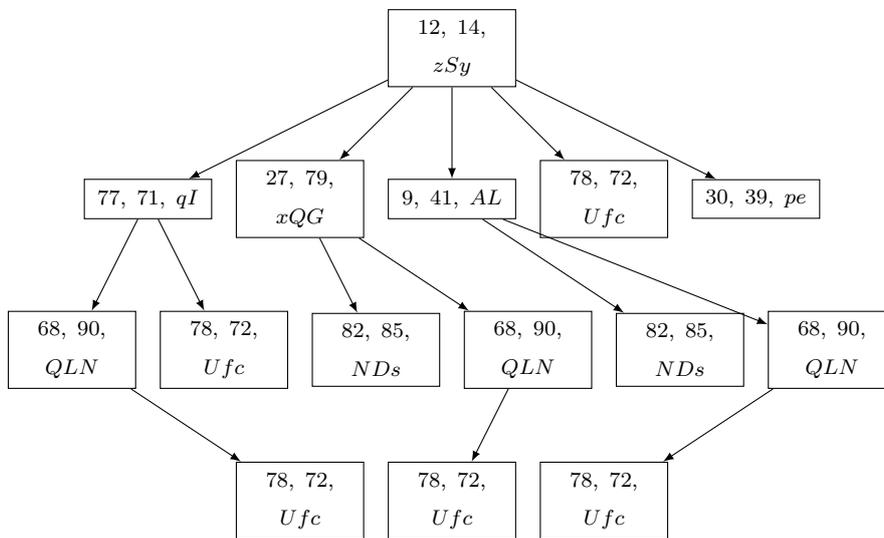


**Question 28**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, 2 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(12, 14, zSy)$ . Les appels récursifs se font en suivant l'arbre en profondeur à gauche.

On suppose que, quand l'état est terminal (quand la fonction ne fait pas d'appel récursif), le calcul se fait en temps constant. On suppose également que, lorsque l'état n'est pas terminal, le nombre d'appel récursif à faire n'est pas constant (il dépend de l'entrée).

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Combien d'appels récursifs à la fonction  $f_{MEMO}$  se feront en temps constant ?



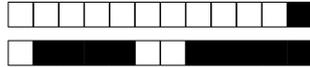
- 1 2
- 2 13

- 3 4
- 4 7

- 5 8
- 6 6

- 7 5
- 8 12

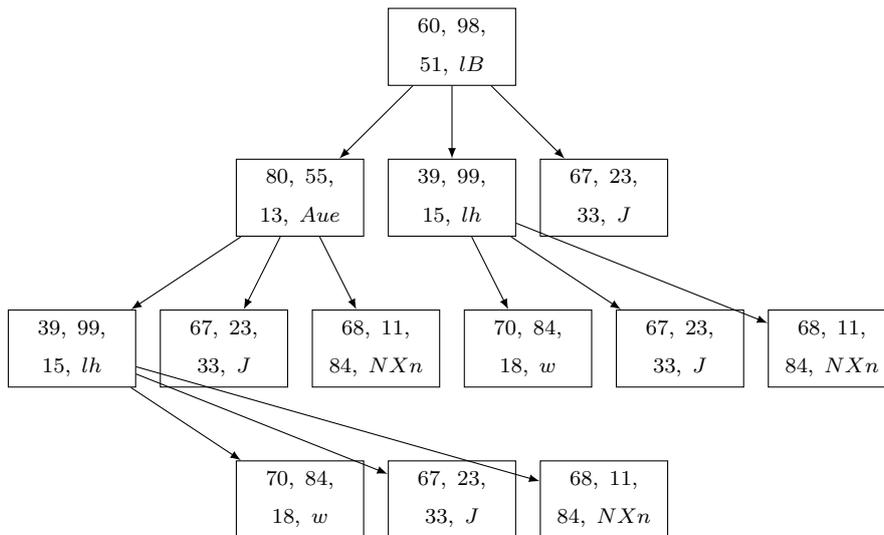
- 9 14
- 10 3



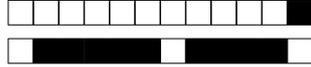
**Question 29**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 4 arguments, 3 arguments de type Entier, 1 argument de type chaîne de caractères. Cette fonction est récursive. On a dessiné ci-après tous les appels récursifs effectués quand on appelle  $f(60, 98, 51, lB)$ .

On souhaite recoder cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version itérative  $f_{ITER}$ . Cette fonction utilise un tableau  $T$  pour enregistrer les résultats intermédiaires. Dans quel ordre les cases  $T[39, 99, 15, lh]$ ,  $T[67, 23, 33, J]$ ,  $T[68, 11, 84, NXn]$ ,  $T[70, 84, 18, w]$ ,  $T[80, 55, 13, Aue]$  sont calculées par  $f_{ITER}$  ?



- |   |   |   |
|---|---|---|
| <p>1] <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math></p> | <p>4] <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math></p> | <p>7] <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[70,84,18,w]</math></p> |
| <p>2] <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math><br/> <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math></p> | <p>5] <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math></p> | <p>8] <math>T[67,23,33,J]</math><br/> <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math></p> |
| <p>3] <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math></p> | <p>6] <math>T[67,23,33,J]</math><br/> <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math></p> | <p>9] <math>T[70,84,18,w]</math><br/> <math>T[39,99,15,lh]</math><br/> <math>T[68,11,84,NXn]</math><br/> <math>T[80,55,13,Aue]</math><br/> <math>T[67,23,33,J]</math></p> |

**Question 30**

On dispose d'une fonction  $f$  avec 3 arguments, appartenant respectivement aux ensembles  $C$ ,  $E$  et  $B$ . Ces ensembles sont de taille finie. Cette fonction est récursive. On suppose que, pour une entrée quelconque  $x \in C \times E \times B$ , pour calculer  $f(x)$ , il faut effectuer au plus  $O(|B|^2)$  appels récursifs; et que, avec les résultats de ces appels, il faut effectuer ensuite un calcul en temps  $O(|C|^2 \cdot |E|^2)$ .

On suppose qu'on a recodé cette fonction en utilisant la programmation dynamique, en version mémoïsation  $f_{MEMO}$ . Quelle est la complexité dans le pire cas de  $f_{MEMO}$  ?

1  $O(|B|^5 \cdot |C| \cdot |E|^3)$

5  $O(|B|^2 \cdot |C|^5 \cdot |E|^4)$

9  $O(|B|^4 \cdot |C|^4 \cdot |E|^2)$

2  $O(|B|^6 \cdot |C|^6 \cdot |E|^5)$

6  $O(|B|^6 \cdot |E|^5)$

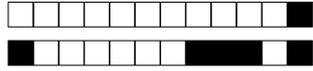
10  $O(|B|^2 \cdot |E|^5)$

3  $O(|B|^4 \cdot |C|^5 \cdot |E|^3)$

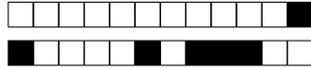
7  $O(|B|^6 \cdot |C|^5 \cdot |E|^4)$

4  $O(|B|^3 \cdot |C|^3 \cdot |E|^3)$

8  $O(|B|^6 \cdot |C|^3 \cdot |E|^6)$



+1/32/29+



**Entraînement - Training**

**Noircissez complètement** ci-dessous les 3 premières lettres de votre nom de famille et la première lettre de votre prénom. Par exemple, pour Jean Dupont, cochez J, D, U, P ; pour Henri Harley, cochez seulement H, A, R ; pour Bernard Ca, cochez seulement A, B, C.

**Check entirely** the 3 first letters of your lastname and the first letter of your firstname. For instance, for Jean Dupont, check J, D, U, P ; for Henri Harley, check only H, A, R ; for Bernard Ca, check only A, B, C.

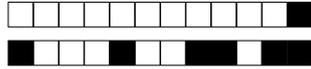
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z

Then write your lastname and firstname below.

Nom et prénom : .....
--------------------------

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur cette feuille. Les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte. Pour cocher une case, il faut la **noircir complètement**. Vous pouvez effacer votre réponse à la gomme ou avec du blanc, attention à ne pas effacer la case à cocher. Si vous êtes dans l'impossibilité de corriger une erreur, cette page est dupliquée au verso ; vous pouvez alors barrer cette feuille ci et répondre au verso.

- QUESTION 1 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 2 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9
- QUESTION 3 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 4 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 5 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9
- QUESTION 6 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 7 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 8 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9
- QUESTION 9 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 10 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 11 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9
- QUESTION 12 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10
- QUESTION 13 :  1  2  3  4  5  6  7  8  9  10



- QUESTION 14 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 15 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 16 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 17 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 18 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 19 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 20 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 21 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 22 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 23 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 24 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 25 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 26 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 27 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 28 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
- QUESTION 29 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9
- QUESTION 30 : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10