

## Le problème Maximum-2-Satisfiability

$$\varphi = \underbrace{(x \vee \bar{z})}_{C_1:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee y)}_{C_2:10} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{y})}_{C_3:1} \wedge \underbrace{(x \vee \bar{y})}_{C_4:10}$$
$$\wedge \underbrace{(x \vee t)}_{C_5:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee z)}_{C_6:6} \wedge \underbrace{(\bar{y} \vee t)}_{C_7:8} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{t})}_{C_8:6}$$

Quelles valeurs donner aux variables pour que le poids des clauses vraies soit maximum ?

## Le problème Maximum-2-Satisfiability

$$\varphi = \underbrace{(x \vee \bar{z})}_{C_1:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee y)}_{C_2:10} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{y})}_{C_3:1} \wedge \underbrace{(x \vee \bar{y})}_{C_4:10}$$

$$\wedge \underbrace{(x \vee t)}_{C_5:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee z)}_{C_6:6} \wedge \underbrace{(\bar{y} \vee t)}_{C_7:8} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{t})}_{C_8:6}$$

16 possibilités

| $x$ | $y$ | $z$ | $t$ | $C_1$ | $C_2$ | $C_3$ | $C_4$ | $C_5$ | $C_6$ | $C_7$ | $C_8$ | Poids |
|-----|-----|-----|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| T   | T   | T   | T   | T     | T     | F     | T     | T     | T     | T     | F     | 52    |
| T   | T   | T   | F   | T     | T     | F     | T     | T     | T     | F     | T     | 50    |
| T   | T   | F   | T   | T     | T     | F     | T     | T     | F     | T     | F     | 46    |
| ⋮   | ⋮   | ⋮   | ⋮   | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮     | ⋮     |

## Le problème Maximum-2-Satisfiability

16 possibilités

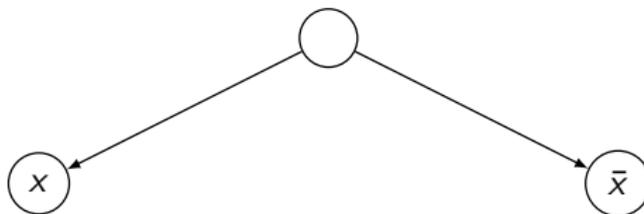
| x | y | z | t | C <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | C <sub>3</sub> | C <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> | C <sub>6</sub> | C <sub>7</sub> | C <sub>8</sub> | Poids |
|---|---|---|---|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------|
| T | T | T | T | T              | T              | F              | T              | T              | T              | T              | F              | 52    |
| T | T | T | F | T              | T              | F              | T              | T              | T              | F              | T              | 50    |
| T | T | F | T | T              | T              | F              | T              | T              | F              | T              | F              | 46    |
| T | T | F | F | T              | T              | F              | T              | T              | F              | F              | T              | 44    |
| T | F | T | T | T              | F              | T              | T              | T              | T              | T              | F              | 43    |
| T | F | T | F | T              | F              | T              | T              | T              | T              | T              | T              | 49    |
| T | F | F | T | T              | F              | T              | T              | T              | F              | T              | F              | 37    |
| T | F | F | F | T              | F              | T              | T              | T              | F              | T              | T              | 43    |
| F | T | T | T | F              | T              | T              | F              | T              | T              | T              | T              | 40    |
| F | T | T | F | F              | T              | T              | F              | F              | T              | F              | T              | 23    |
| F | T | F | T | T              | T              | T              | F              | T              | T              | T              | T              | 49    |
| F | T | F | F | T              | T              | T              | F              | F              | T              | F              | T              | 32    |
| F | F | T | T | F              | T              | T              | T              | T              | T              | T              | T              | 50    |
| F | F | T | F | F              | T              | T              | T              | F              | T              | T              | T              | 41    |
| F | F | F | T | T              | T              | T              | T              | T              | T              | T              | T              | 59    |
| F | F | F | F | T              | T              | T              | T              | F              | T              | T              | T              | 50    |

Solution optimale :  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, t$

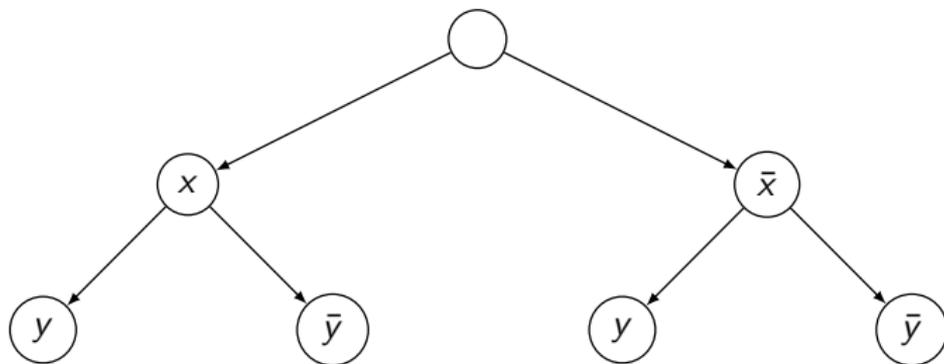
# Représentation arborescente : séparation



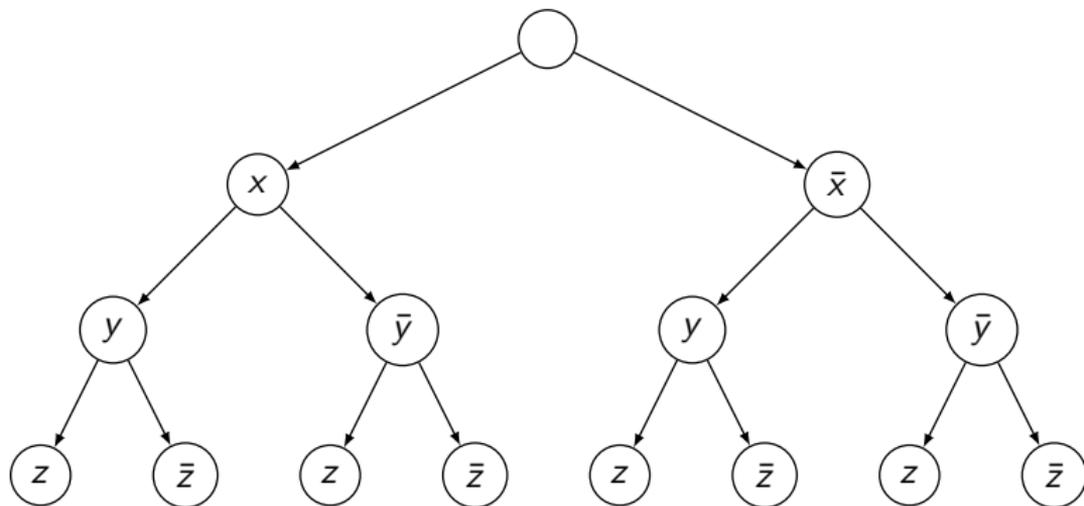
# Représentation arborescente : séparation



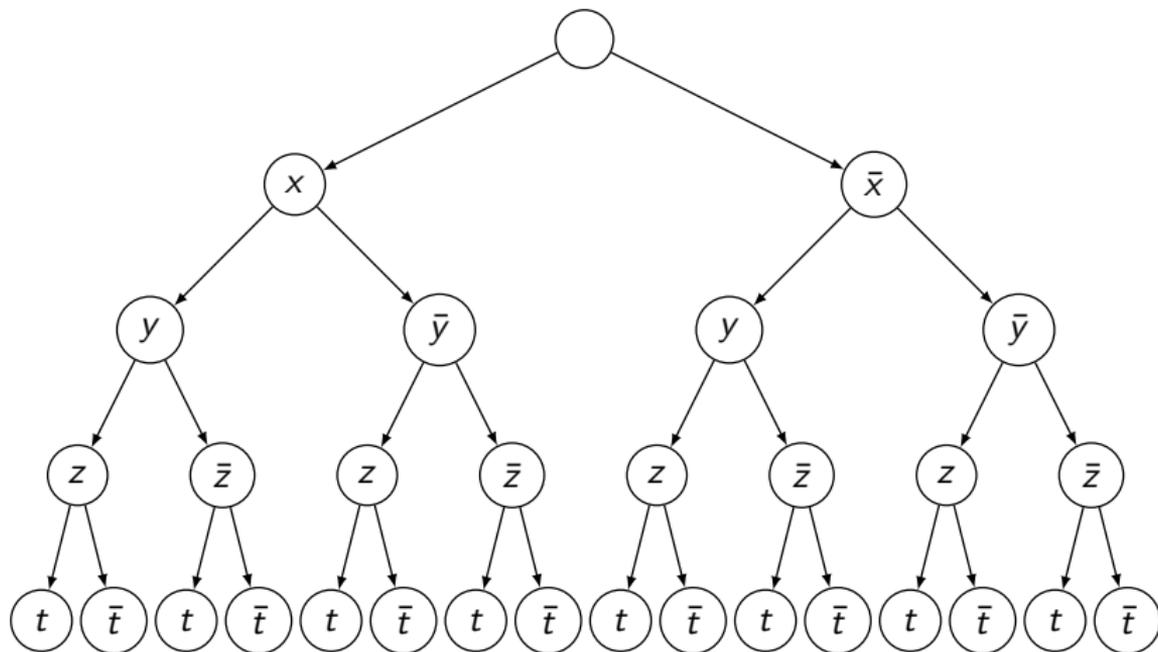
## Représentation arborescente : séparation



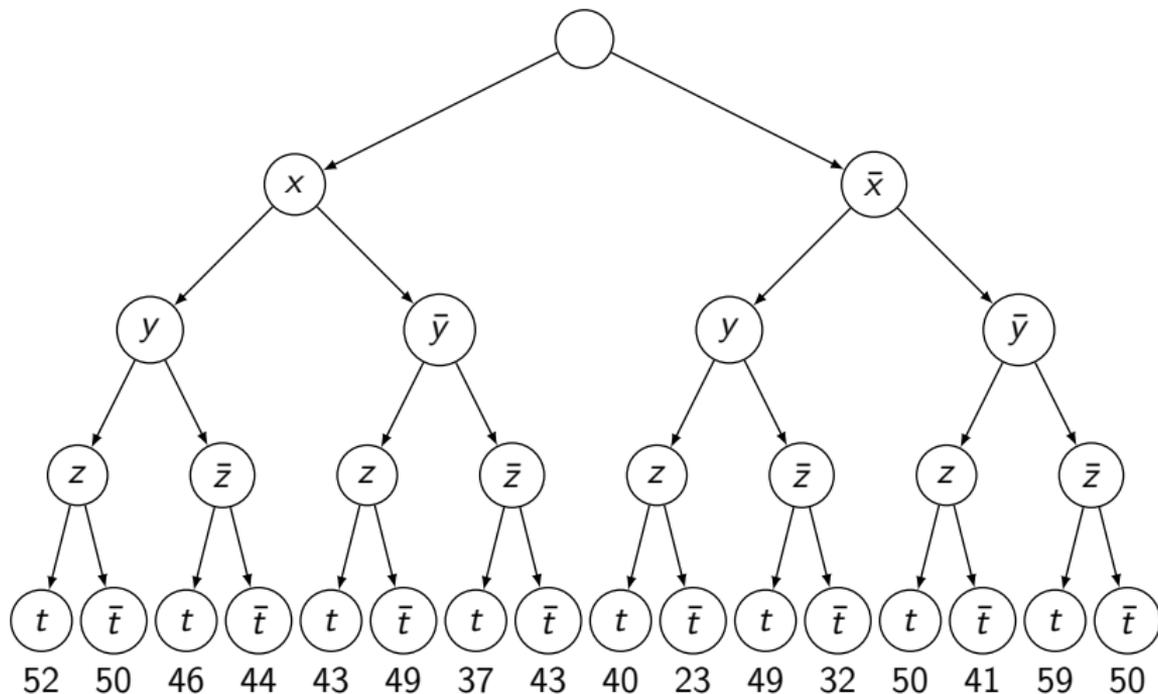
## Représentation arborescente : séparation



## Représentation arborescente : séparation



## Représentation arborescente : séparation



## Représentation arborescente : evaluation

$$\varphi = \underbrace{(x \vee \bar{z})}_{C_1:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee y)}_{C_2:10} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{y})}_{C_3:1} \wedge \underbrace{(x \vee \bar{y})}_{C_4:10}$$

$$\wedge \underbrace{(x \vee t)}_{C_5:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee z)}_{C_6:6} \wedge \underbrace{(\bar{y} \vee t)}_{C_7:8} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{t})}_{C_8:6}$$

Si on a fixé  $x = V$  et  $y = F$ , quelle valeur maximale puis-je espérer atteindre ?

## Représentation arborescente : evaluation

$$\varphi = \underbrace{(x \vee \bar{z})}_{C_1:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee y)}_{C_2:10} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{y})}_{C_3:1} \wedge \underbrace{(x \vee \bar{y})}_{C_4:10}$$
$$\wedge \underbrace{(x \vee t)}_{C_5:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee z)}_{C_6:6} \wedge \underbrace{(\bar{y} \vee t)}_{C_7:8} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{t})}_{C_8:6}$$

Si on a fixé  $x = V$  et  $y = F$ , quelle valeur maximale puis-je espérer atteindre ?

49 car  $C_2$  n'est pas satisfiable.

## Représentation arborescente : evaluation

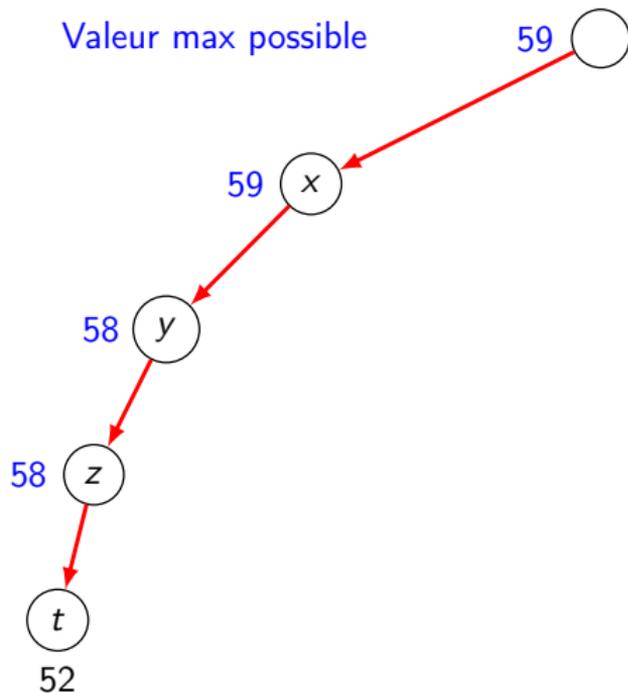
$$\varphi = \underbrace{(x \vee \bar{z})}_{C_1:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee y)}_{C_2:10} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{y})}_{C_3:1} \wedge \underbrace{(x \vee \bar{y})}_{C_4:10}$$

$$\wedge \underbrace{(x \vee t)}_{C_5:9} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee z)}_{C_6:6} \wedge \underbrace{(\bar{y} \vee t)}_{C_7:8} \wedge \underbrace{(\bar{x} \vee \bar{t})}_{C_8:6}$$

Si on a fixé  $x = V$  et  $y = F$ , quelle valeur maximale puis-je espérer atteindre ?

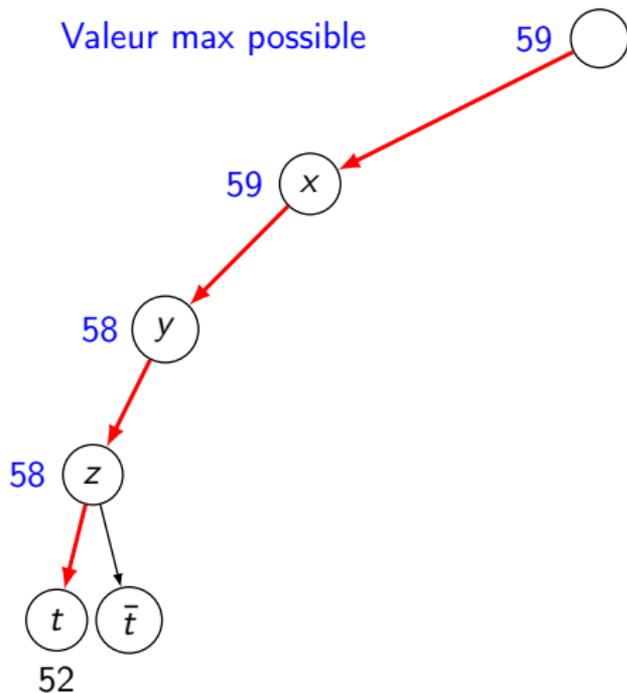
Si j'ai déjà une solution de valeur 49 ou plus, inutile d'explorer plus loin le cas  $x = V, y = F$ .

# Représentation arborescente : séparation et évaluation



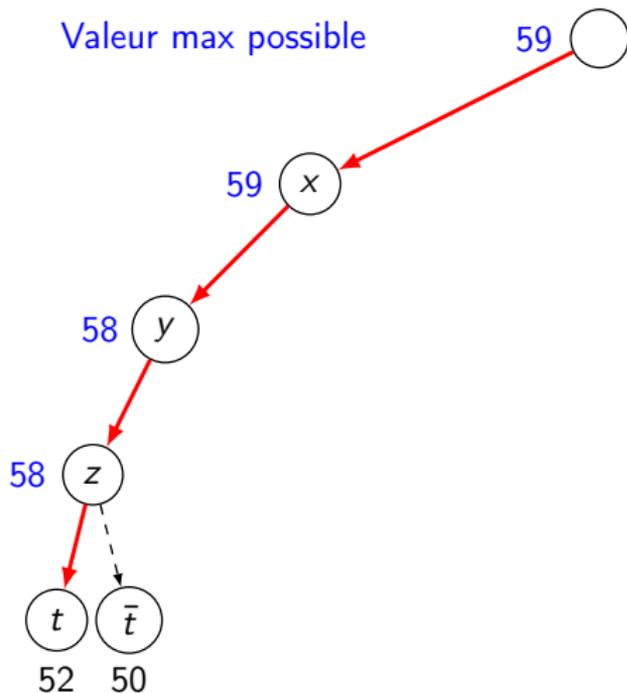
Meilleure valeur : 52

## Représentation arborescente : séparation et évaluation



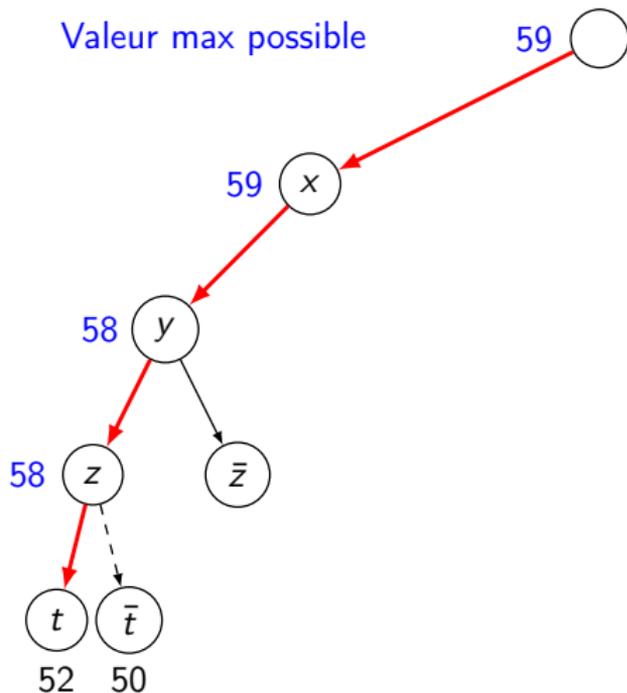
Meilleure valeur : 52

## Représentation arborescente : séparation et évaluation



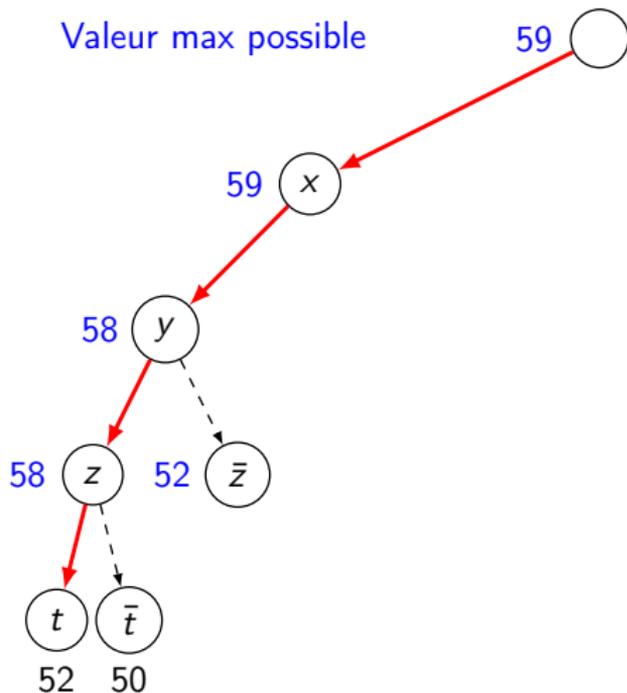
Meilleure valeur : 52

## Représentation arborescente : séparation et évaluation



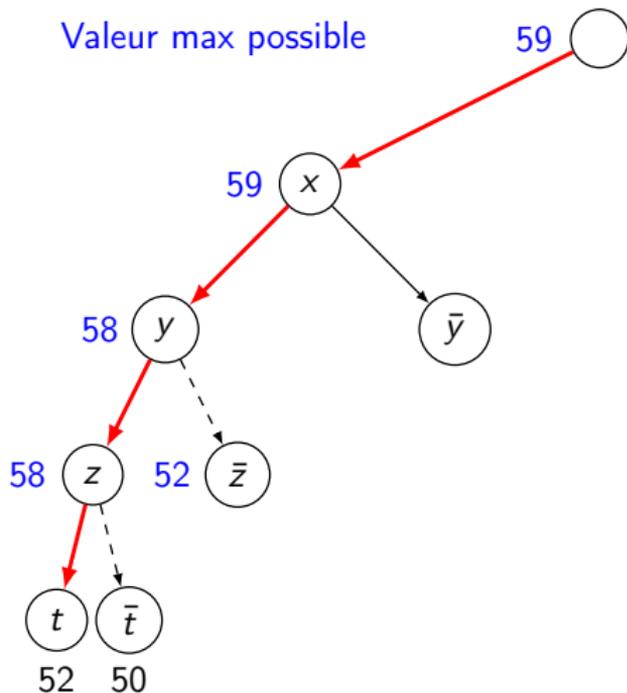
Meilleure valeur : 52

## Représentation arborescente : séparation et évaluation



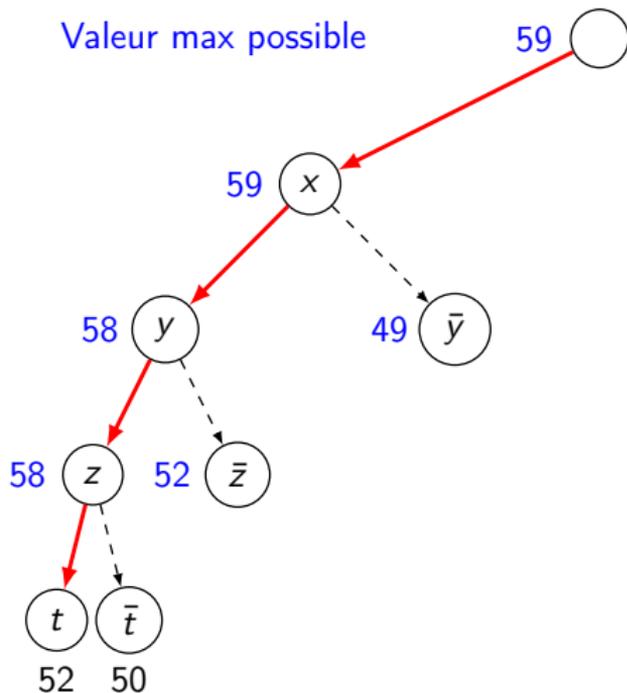
Meilleure valeur : 52

## Représentation arborescente : séparation et évaluation



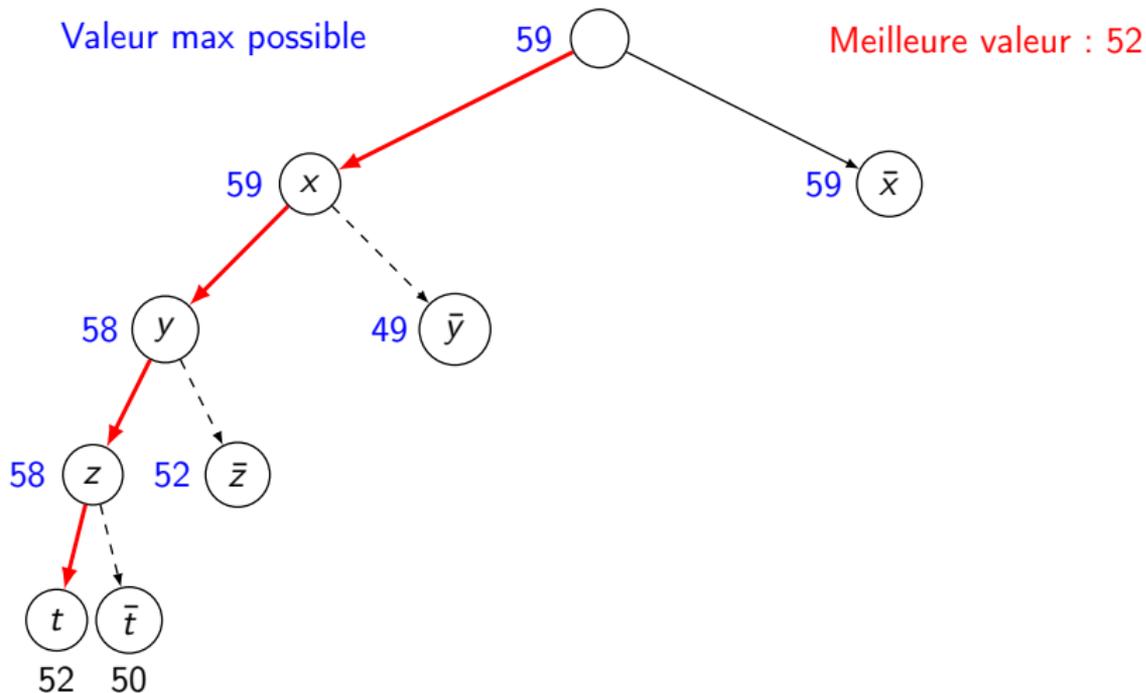
Meilleure valeur : 52

## Représentation arborescente : séparation et évaluation

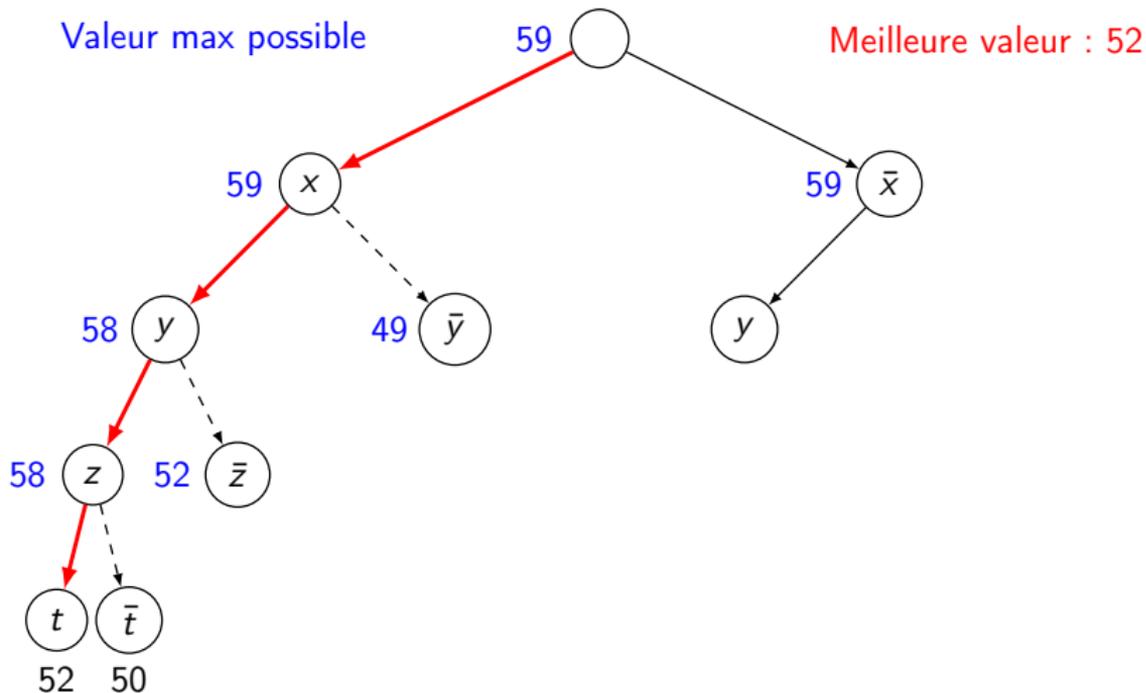


Meilleure valeur : 52

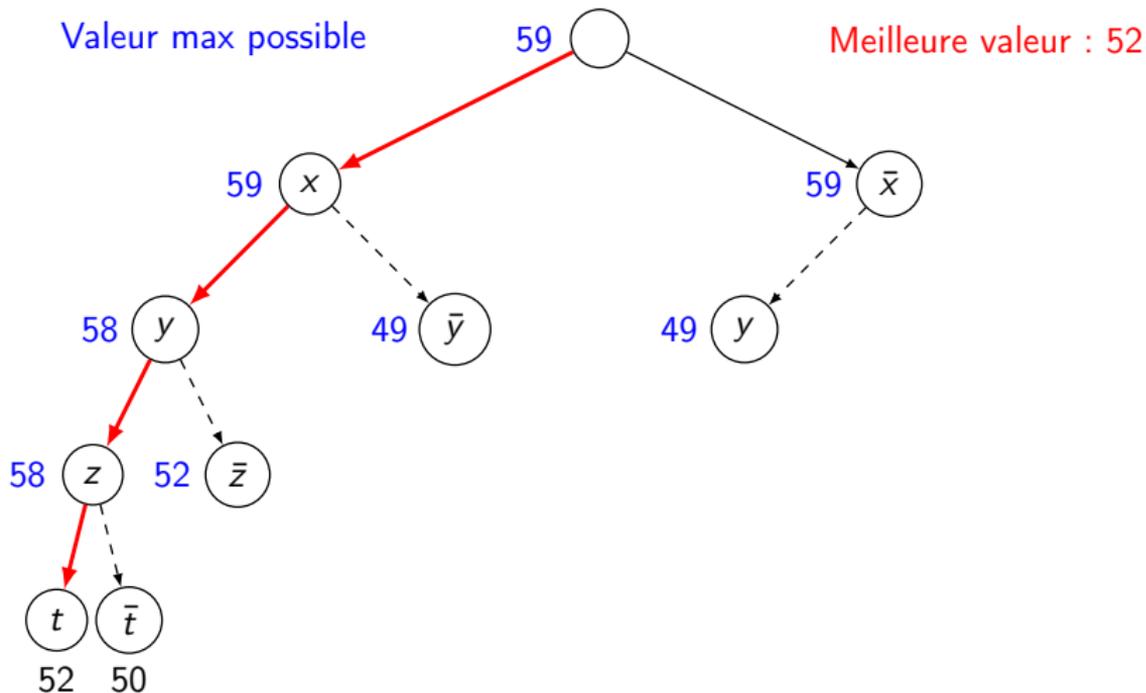
## Représentation arborescente : séparation et évaluation



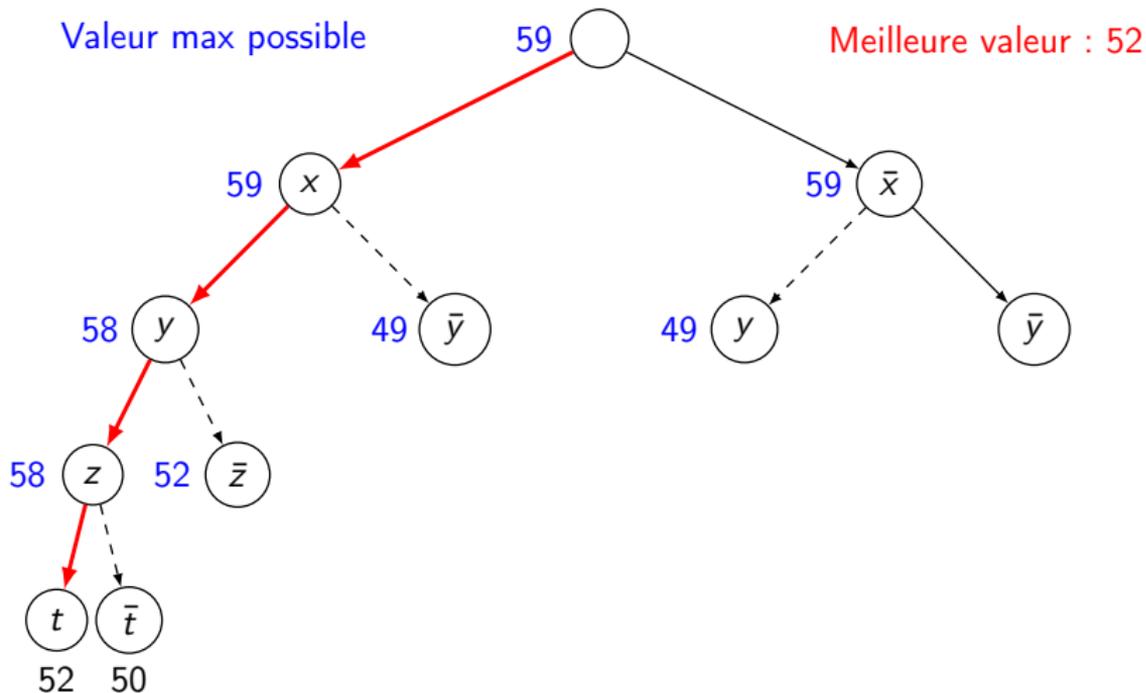
## Représentation arborescente : séparation et évaluation



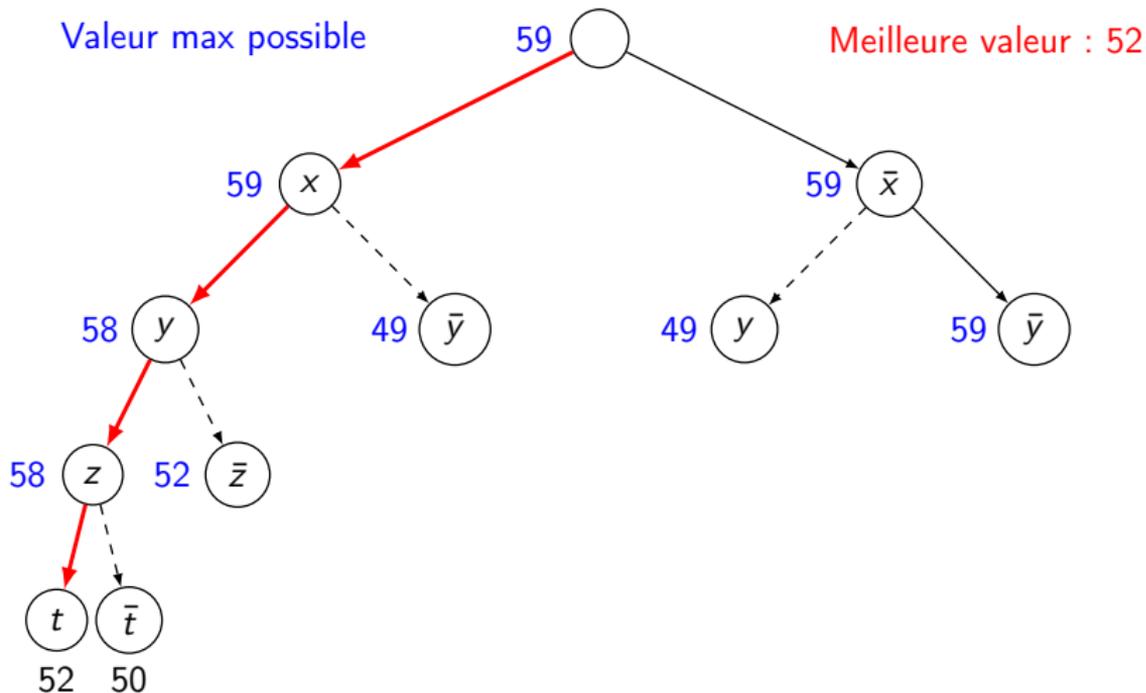
# Représentation arborescente : séparation et évaluation



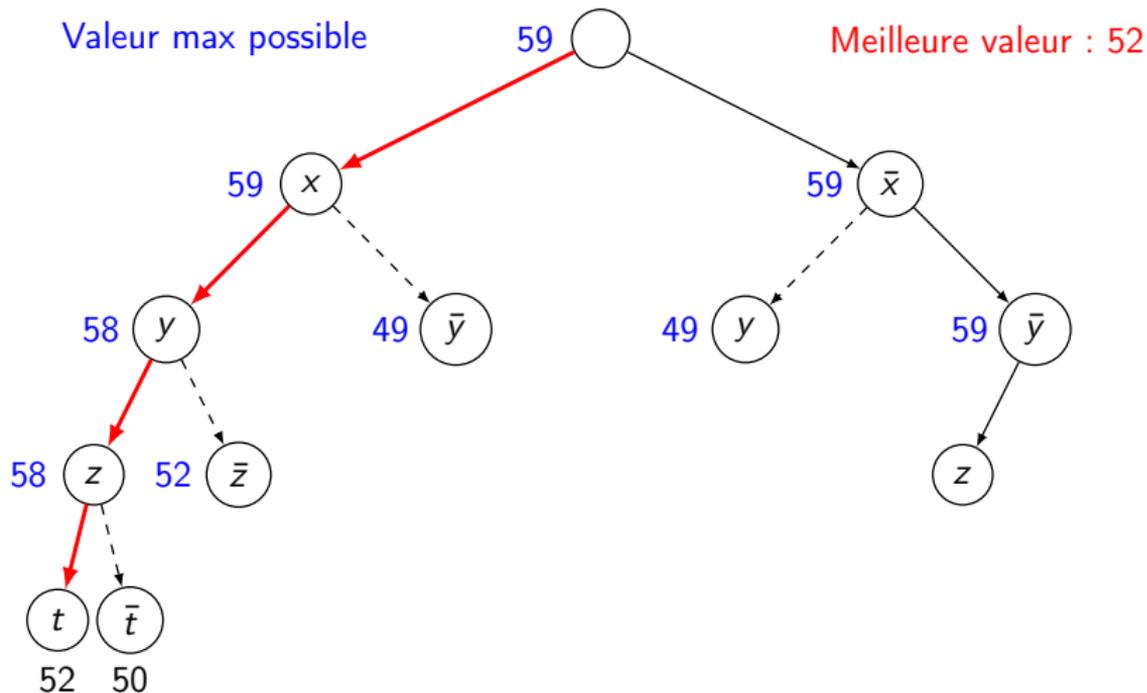
## Représentation arborescente : séparation et évaluation



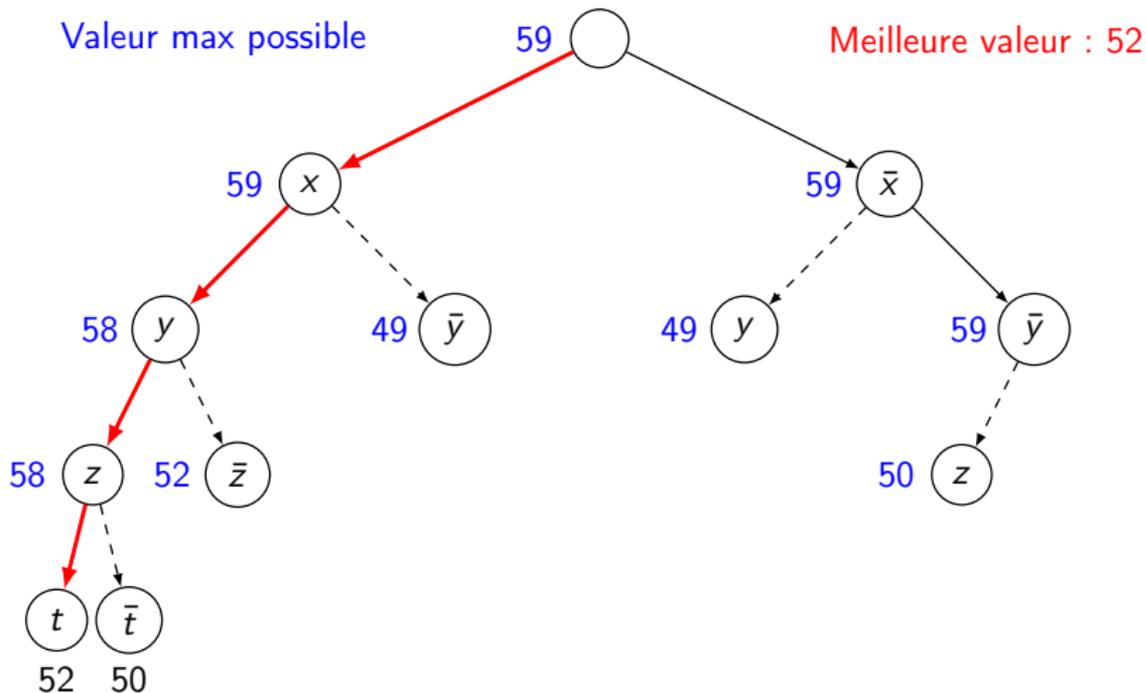
## Représentation arborescente : séparation et évaluation



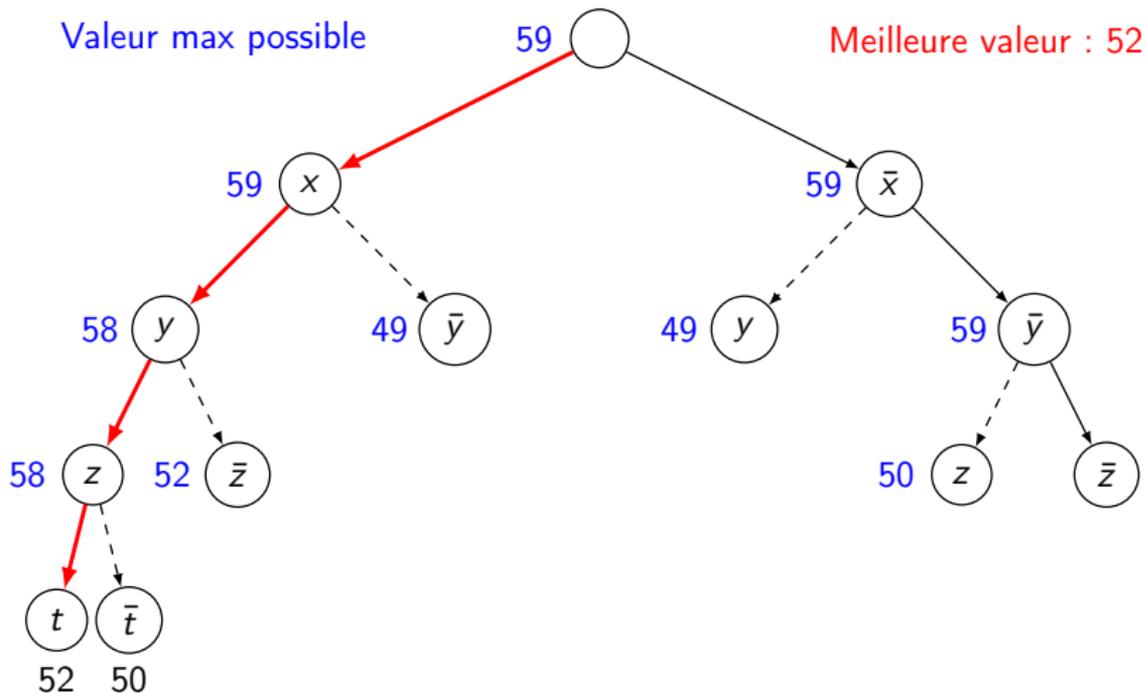
## Représentation arborescente : séparation et évaluation



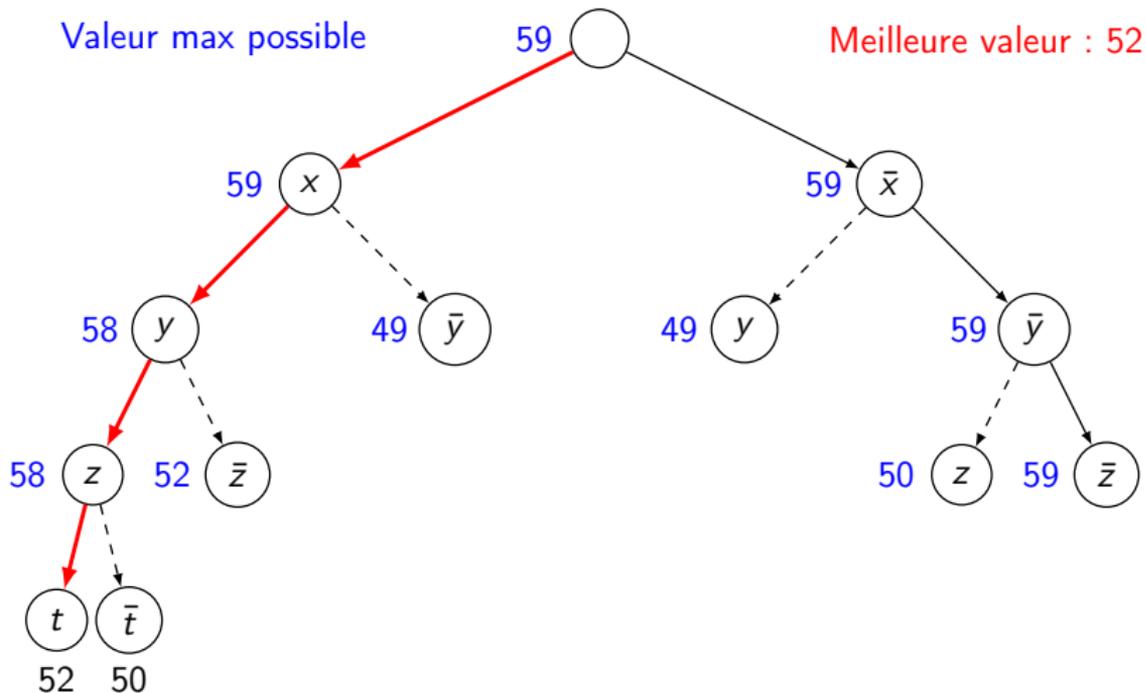
## Représentation arborescente : séparation et évaluation



## Représentation arborescente : séparation et évaluation



## Représentation arborescente : séparation et évaluation





## Représentation arborescente : séparation et évaluation

